

УТВЕРЖДАЮ  
Декан факультета

\_\_\_\_\_ Шматко А.Д.

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ РЯДЫ ФУРЬЕ, ОПЕРАЦИОННОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ И ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ КОМПЛЕКСНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

Направление/специальность подготовки	09.03.01 Информатика и вычислительная техника
Специализация/профиль/программа подготовки	Автоматизированные системы обработки информации и управления
Уровень высшего образования	Бакалавриат
Форма обучения	Очная
Факультет	И Информационные и управляющие системы
Выпускающая кафедра	ИЗ Системы управления и компьютерные технологии
Кафедра-разработчик рабочей программы	Б1 Высшая математика

КУРС	СЕМЕСТР	ОБЩАЯ ТРУДОЁМКОСТЬ (ЗАЧЕТНЫХ ЕДИНИЦ)	ЧАСЫ (по наличию видов занятий)									ВИД ПРОМЕЖУТОЧНОГО КОНТРОЛЯ
			ОБЩАЯ ТРУДОЁМКОСТЬ	АУДИТОРНЫЕ ЗАНЯТИЯ				САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА				
				ВСЕГО	ЛЕКЦИИ	ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ	ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ	ВСЕГО	КУРСОВОЙ ПРОЕКТ	КУРСОВАЯ РАБОТА	ДРУГИЕ ВИДЫ САМОСТ. РАБОТЫ	
2	4	3	108	68	34	0	34	40	0	0	40	диф. зач.

*ЛИСТ СОГЛАСОВАНИЯ*

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА СОСТАВЛЕНА В СООТВЕТСТВИИ С ТРЕБОВАНИЯМИ ФЕДЕРАЛЬНОГО  
ГОСУДАРСТВЕННОГО ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО СТАНДАРТА ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ (ФГОС ВО)

**09.03.01 Информатика и вычислительная техника**

год набора группы: 2026

Программу составили:

Кафедра Б1 Высшая математика  
Белкова Анастасия Леонидовна, к.ф.-м.н., доцент

\_\_\_\_\_

Кафедра Б1 Высшая математика  
Чернущ Павел Павлович, к.т.н., доцент, доцент

\_\_\_\_\_

Программа рассмотрена  
на заседании кафедры-разработчика  
рабочей программы **Б1 Высшая математика**

Заведующий кафедрой Винник П.М., д.т.н., доц.

\_\_\_\_\_

Программа рассмотрена  
на заседании выпускающей кафедры

**ИЗ Системы управления и компьютерные технологии**

Заведующий кафедрой Сырцев А.Н., д.воен.н., снс

\_\_\_\_\_

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**  
**РЯДЫ ФУРЬЕ, ОПЕРАЦИОННОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ И ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ КОМПЛЕКСНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ**

**Разделы рабочей программы**

1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ
2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП ВО
3. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ
4. ФОРМЫ КОНТРОЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ
5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ
6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

**Приложения к рабочей программе дисциплины**

- Приложение 1. Аннотация рабочей программы
- Приложение 2. Технологии и формы обучения
- Приложение 3. Фонды оценочных средств

## 1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ОПК-1 — Способен применять естественнонаучные и общетеchnические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности

ОПК-Д-1 — Способен анализировать задачи профессиональной деятельности на основе положений, законов и методов в области естественных наук и математики

ОПК-Д-2 — Способен формулировать задачи профессиональной деятельности на основе знаний, профильных разделов математических и естественнонаучных дисциплин (модулей)

Формированию компетенций служит достижение следующих результатов образования:

### ОПК-1

*знания:*

основные положения теории комплексных чисел и функций комплексной переменной (предел, непрерывность, дифференциальное исчисление, геометрический смысл, условия аналитичности, интегральное исчисление функции); числовые и степенные комплексные ряды, особые точки функции комплексной переменной, вычеты функции в особых точках; методы использования вычетов для вычисления контурных комплексных и несобственных вещественных интегралов; понятие и методы аналитического продолжения функции комплексной переменной;

*умения:*

производить операции над комплексными числами, используя различные формы их записи и геометрическую интерпретацию; вычислять основные элементарные функции комплексного переменного, решать уравнения; исследовать функцию на аналитичность, вычислять её производную, восстанавливать аналитическую функцию по её вещественной или мнимой части; находить образы точек, линий, областей при их отображении с помощью аналитической функции, определять конформность отображения; вычислять контурные интегралы от функции комплексного переменного, используя теоремы Коши, интегральную формулу Коши, формулу Ньютона-Лейбница; исследовать сходимость комплексных числовых рядов, находить области сходимости степенных рядов; получать разложение функции в ряды Тейлора или Лорана; находить и исследовать особые точки функции; вычислять вычеты функции в особых точках; использовать вычеты для вычисления контурных комплексных интегралов; вычислять вещественные тригонометрические и несобственные интегралы с помощью вычетов;

*навыки:*

овладеть основными математическими формулами, методами и способами их применения для решения задач естественнонаучных и технических дисциплин.

### ОПК-Д-1

*знания:*

основные положения теории операционного исчисления, представление и исследование функций при помощи интеграла Фурье и рядов Фурье;

*умения:*

1. проводить разложение функций в ряд Фурье, находить суммы рядов;
2. применять преобразование Лапласа к решению линейных систем с постоянными коэффициентами;

*навыки:*

представления результатов своих исследований в виде полной математической модели.

### ОПК-Д-2

*знания:*

основные положения теории комплексных чисел и функций комплексной переменной (предел, непрерывность, дифференциальное исчисление, геометрический смысл, условия аналитичности, интегральное исчисление функции); числовые и степенные комплексные ряды, особые точки функции комплексной переменной, вычеты функции в особых точках; методы использования вычетов для вычисления контурных комплексных и несобственных вещественных интегралов; понятие и методы аналитического продолжения функции комплексной переменной;

*умения:*

1. проводить разложение функций в ряд Фурье, находить суммы рядов;
2. применять преобразование Лапласа к решению линейных систем с постоянными коэффициентами;

*навыки:*

овладеть основными математическими формулами, методами и способами их применения для решения задач естественнонаучных и технических дисциплин.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП ВО

Дисциплина **РЯДЫ ФУРЬЕ, ОПЕРАЦИОННОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ И ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ КОМПЛЕКСНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ** является дисциплиной **обязательной части блока 1** программы подготовки по направлению *09.03.01 Информатика и вычислительная техника*.

Содержание дисциплины является логическим продолжением дисциплин: **ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА**.

Содержание дисциплины является основой для освоения дисциплин: **ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ, ОСНОВЫ СОВРЕМЕННЫХ РАДИОЭЛЕКТРОННЫХ СИСТЕМ, ОСНОВЫ ТЕОРИИ УПРАВЛЕНИЯ, ПРОЕКТИРОВАНИЕ ЦИФРОВЫХ СИСТЕМ НА ПЛИС, ТЕОРИЯ УПРАВЛЕНИЯ, МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА И СЛУЧАЙНЫЕ ПРОЦЕССЫ, МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМ**.

Предварительные компетенции, сформированные у обучающегося до начала изучения дисциплины:

- ОПК-1 — Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности
- ОПК.Д-1 — Способен анализировать задачи профессиональной деятельности на основе положений, законов и методов в области естественных наук и математики
- ОПК.Д-2 — Способен формулировать задачи профессиональной деятельности на основе знаний, профильных разделов математических и естественнонаучных дисциплин (модулей)

### 3. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 з.е., 108 ч.

#### 3.1. Содержание (дидактика) дисциплины

КУРС	СЕМЕСТР	Наименование разделов и дидактических единиц	ВСЕГО	Аудиторные занятия в контактной форме			Самостоятельная работа студентов	Формируемая компетенция, %		
				ВСЕГО	Лекции	Практические занятия		ОПК-1	ОПК-1-1	ОПК-1-2
2	4	<b>Раздел 1. Ряды Фурье и интеграл Фурье.</b> Гармоники. Тригонометрические ряды. Ортогональные системы функций. Основная тригонометрическая система, ее ортогональность. Коэффициенты Фурье. Ряд Фурье. Условия Дирихле. Теорема Дирихле. Ряды Фурье для четных и нечетных функций. Разложение в ряд Фурье функций, заданных на конечном промежутке. Комплексная форма ряда Фурье. Энергетические приложения ряда Фурье. Равенство Парсеваля. Понятие об обобщенном ряде Фурье (по произвольной ортогональной системе функций. Условия замкнутости и полноты системы). Изображение по Фурье и его свойства. Интеграл Фурье. Основные физические примеры пары преобразований Фурье. Понятие о дельта-функции и ее изображении по Фурье. Весовая функция и частотная характеристика линейной динамической системы. Отклик системы на единичный скачок и на единичный импульс.	32	16	8	8	16	20	20	20
2	4	<b>Раздел 2. Операционное исчисление.</b> Единичная функция. Оригиналы. Изображения по Лапласу оригиналов. Основные свойства изображения по Лапласу. Таблица основных изображений. Теоремы о дифференцировании и интегрировании оригиналов. Теоремы о дифференцировании и интегрировании изображений. Теорема сдвига. Запоздавающие оригиналы и их изображения. Изображение ступенчатых оригиналов. Изображение периодических оригиналов. Изображение разрывных оригиналов. Применение операторного метода к решению дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений.	34	18	10	8	16	40	40	40
2	4	<b>Раздел 3. Теория функций комплексной переменной.</b> Комплексные числа. Линии и области на комплексной плоскости. Комплексная функция вещественного аргумента. Функция комплексного переменного. Основные элементарные функции и их свойства. Предел и непрерывность функции комплексного переменного. Производная функции комплексного переменного. Определение производной. Условие Коши-Римана. Аналитические функции. Восстановление аналитической функции по ее вещественной и мнимой части. Геометрический смысл модуля и аргумента производной аналитической функции. Гидромеханический смысл производной аналитической функции. Элементы теории конформных отображений. Дробно-линейная функция и ее свойства. Инверсия. Интеграл от функции комплексного переменного. Различные способы вычисления интеграла. Интегральная теорема Коши. Интегральная формула Коши. Теория вычетов. Вычет функции относительно особой точки. Основная теорема о вычетах. Применение теории вычетов к вычислению определенных и несобственных интегралов. Ряды с комплексными членами. Ряды Тейлора. Ряды Лорана. Разложение функций в ряд Лорана в окрестности особой точки или в соответствующем кольце.	42	34	16	18	8	40	40	40
Всего за 4 семестр			108	68	34	34	40	100	100	100
Всего по дисциплине			108	68	34	34	40	100	100	100

#### 3.2. Аудиторный практикум

№ п/п	Номер и наименование раздела дисциплины	Тема практического занятия	Объем, ауд. часов
1	Раздел 1. Ряды Фурье и интеграл Фурье.	Ряд Фурье. Коэффициенты Фурье. Разложение периодических функций в ряд Фурье.	2
2		Разложение в ряд Фурье функций, заданных на конечном промежутке. Энергетические приложения ряда Фурье.	2
3		Изображение по Фурье и интеграл Фурье. Нахождение изображений по Фурье для основных функций. Понятие о дельта-функции.	2
4		Ряд Фурье. Коэффициенты Фурье. Разложение периодических функций в ряд Фурье.	2
5	Раздел 2. Операционное исчисление.	Операторный метод решения дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений.	2
6		Применение операционного исчисления к линейным динамическим системам. Передаточная и весовая функция.	2
7		Оригиналы и их изображения. Нахождение изображения по Лапласу по оригиналу и наоборот.	2
8		Разрывные оригиналы и их изображение.	2
9	Раздел 3. Теория функций комплексной переменной.	Операции над комплексными числами. Линии и области на комплексной плоскости.	2
10		Основные элементарные функции и их свойства. Выделение вещественной и мнимой частей функции комплексной переменной.	2
11		Разложение функций в ряд Тейлора. Разложение функций в ряд Лорана.	2
12		Простейшие примеры конформных отображений.	2
13		Вычисление интегралов с помощью основной теоремы о вычетах.	2
14		Вычет функции относительно особой точки.	2
15		Условие Коши-Римана. Восстановление функции по ее вещественной или мнимой части.	2
16		Интегралы от функции комплексного переменного.	2
17		Способы вычисления интегралов: замена переменной, формула Ньютона-Лейбница.	2
Всего за 4 семестр			34

#### 3.3. Самостоятельная работа студента (СРС)

№ п/п	Номер и наименование раздела дисциплины	Содержание учебного задания	Объем, часов
1	Раздел 1. Ряды Фурье и интеграл Фурье.	Изучение методов разложения функций в ряд Фурье, приложение метода в решении задач.	16
2	Раздел 2. Операционное	Изучение методов операционного исчисления для решения дифференциальных, интегральных уравнений.	16

	исчисление.		
3	Раздел 3. Теория функций комплексной переменной.	Повторение понятия комплексное число. Изучение методов нахождения предела, производной, интеграла от функции комплексной переменной. Разложение в ряд Лорана в кольце. Теория вычетов и ее применение. Конформные отображения и их приложения.	8
Всего за 4 семестр			40

#### 4. ФОРМЫ КОНТРОЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

СЕМЕСТР	НЕДЕЛИ СЕМЕСТРА																
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
4				ВПЗ		ДР		ВПЗ		ДР				ВПЗ		ДР	диф. зач.

Условные обозначения:

- ДР – диагностическая работа;
- ВПЗ – вопросы/задания по темам ПЗ;
- диф. зач. – дифференцированный зачет.

**Текущий контроль успеваемости** студентов проводится в дискретные временные интервалы в следующих формах:

- диагностическая работа;
- вопросы/задания по темам ПЗ.

**Промежуточная аттестация** проводится в формах:

- дифференцированный зачет.

## 5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 5.1. Основная литература по дисциплине:

1. А. П. Рябушко. Индивидуальные задания по высшей математике. Ч. 4 Операционное исчисление. БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2007, 198 экз.
2. А. П. Рябушко. Индивидуальные задания по высшей математике. Ч. 4 Операционное исчисление. БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2007, эл. рес.
3. А. П. Рябушко, В. В. Бархатов, В. В. Державец. Ряды. БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2007, 146 экз.
4. А. П. Рябушко, В. В. Бархатов, В. В. Державец. Индивидуальные задания по высшей математике. Ч. 3 Ряды. БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2007, эл. рес.
5. А. П. Рябушко, В. В. Бархатов, В. В. Державец. Индивидуальные задания по высшей математике. Ч. 2 Комплексные числа. БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2007, эл. рес.
6. А. П. Рябушко, В. В. Бархатов, В. В. Державец. Индивидуальные задания по высшей математике. Ч. 2 Комплексные числа. БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2007, 406 экз.
7. В. Л. Файншмидт. Индивидуальные задания по рядам Фурье и преобразованиям Фурье и Лапласа. СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2017, 533 экз.
8. В. Л. Файншмидт, П. М. Винник, И. В. Гусев. . Функции комплексного аргумента. СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2013, 192 экз.
9. Д. П. Письменный. . Конспект лекций по высшей математике . М.: Айрис-пресс, 2006, 752 экз.
10. Е. С. Баранова, В. И. Иванов, Г. А. Согомонова. . Ряды Фурье. СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2008, эл. рес.
11. Е. С. Баранова, В. И. Иванов, Г. А. Согомонова. . Операционное исчисление. СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2008, эл. рес.
12. Е. С. Баранова, Г. А. Согомонова, Н. В. Тарасова. . Теория функций комплексной переменной. СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2008, эл. рес.
13. И. И. Привалов. . Ряды Фурье. Москва: Юрайт, 2020, эл. рес.
14. Т. Л. Анисова, П. Г. Лахманов. . Операционное исчисление. Москва: Юрайт, 2023, эл. рес.

### 5.2. Дополнительная литература по дисциплине:

не требуется.

### 5.3. Периодические издания:

не требуются.

### 5.4. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины, электронные библиотечные системы:

1. <http://urait.ru/> — Образовательная платформа «Юрайт». Для вузов и ссузов.;
2. <https://repository.library.voenmeh.ru/jspui/> — Фундаментальная библиотека БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова.

### Современные профессиональные базы данных:

1. <https://rusneb.ru> – Национальная электронная библиотека (НЭБ);
2. <https://cyberleninka.ru/> - Научная электронная библиотека «Киберленинка»;
- <http://www.rfbr.ru/rffi/ru/library> - Полнотекстовая электронная библиотека Российского фонда фундаментальных исследований.

### Информационные справочные системы:

1. Техэксперт – Информационный портал технического регулирования: Нормы, правила, стандарты РФ;
2. [http://library.voenmeh.ru/jirbis2/index.php?option=com\\_irbis&view=irbis&Itemid=457](http://library.voenmeh.ru/jirbis2/index.php?option=com_irbis&view=irbis&Itemid=457) - БД ГОСТов собственной генерации БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова;
3. <http://www.consultant.ru/> - КонсультантПлюс- информационный портал правовой информации.

### 5.5. Программное обеспечение:

не требуется.

### 5.6. Информационные технологии:

взаимодействие с обучающимися посредством ЭИОС Moodle БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова.



## **6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **6.1. Лекционные занятия:**

специализированные требования по оборудованию отсутствуют; аудитория с посадочными местами по количеству студентов; доска.

### **6.2. Практические занятия:**

1. Аудитория с числом посадочных мест не меньше количества обучающихся.

### **6.3. Прочее:**

1. рабочее место преподавателя, оснащенное компьютером с доступом в Интернет;
2. рабочие места студентов, оснащенные компьютерами с доступом в Интернет, предназначенные для работы в электронной образовательной среде.

### Аннотация рабочей программы

Дисциплина **РЯДЫ ФУРЬЕ, ОПЕРАЦИОННОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ И ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ КОМПЛЕКСНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ** является дисциплиной **обязательной части блока 1** программы подготовки по направлению *09.03.01 Информатика и вычислительная техника*. Дисциплина реализуется на факультете *Б* Базовое инженерное образование БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д.Ф. Устинова кафедрой *Б1* Высшая математика.

Дисциплина нацелена на формирование *компетенций*:

ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности;  
ОПК.Д-1 Способен анализировать задачи профессиональной деятельности на основе положений, законов и методов в области естественных наук и математики;  
ОПК.Д-2 Способен формулировать задачи профессиональной деятельности на основе знаний, профильных разделов математических и естественнонаучных дисциплин (модулей).

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с постановкой задачи и построением математической модели для реальных условий, а также представлением результатов своих исследований в виде полной математической модели.

Программой дисциплины предусмотрены следующие **виды контроля**:

**Текущий контроль успеваемости** студентов проводится в дискретные временные интервалы в следующих формах:

- диагностическая работа;
- вопросы/задания по темам ПЗ.

**Промежуточная аттестация** проводится в формах:

- дифференцированный зачет.

Общая трудоемкость освоения дисциплины составляет 3 з.е., **108 ч**. Программой дисциплины предусмотрены лекционные занятия (**34 ч.**), практические занятия (**34 ч.**), самостоятельная работа студента (**40 ч**).

## ТЕХНОЛОГИИ И ФОРМЫ ОБУЧЕНИЯ

### Рекомендации по освоению дисциплины для студента

Трудоемкость освоения дисциплины составляет 108 ч., из них 68 ч. аудиторных занятий, и 40 ч., отведенных на самостоятельную работу студента.

Рекомендации по распределению учебного времени по видам самостоятельной работы и разделам дисциплины приведены в таблице.

Контроль освоения дисциплины производится в соответствии с Положением о текущем, рубежном контроле успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся.

Формы контроля и критерии оценивания приведены в приложении 3 к Рабочей программе.

Наименование работы	Рекомендуемая литература	Трудоемкость, час.
<b>Раздел 1. Ряды Фурье и интеграл Фурье.</b>		
Изучение методов разложения функций в ряд Фурье, приложение метода в решении задач.	А. П. Рябушко, В. В. Бархатов, В. В. Державец. Ряды: БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2007 (12) Е. С. Баранова, В. И. Иванов, Г. А. Согомонова. Ряды Фурье: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2008 (8) Т. Л. Анисова, П. Г. Лахманов. . Операционное исчисление: Москва: Юрайт, 2023 (2) А. П. Рябушко, В. В. Бархатов, В. В. Державец. Индивидуальные задания по высшей математике. Ч. 3 Ряды: БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2007 (12) И. И. Привалов. . Ряды Фурье: Москва: Юрайт, 2020 (1, 2) В. Л. Файншмидт. . Индивидуальные задания по рядам Фурье и преобразованиям Фурье и Лапласа: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2017 (1, 2)	16
Итого по разделу 1		16
<b>Раздел 2. Операционное исчисление.</b>		
Изучение методов операционного исчисления для решения дифференциальных, интегральных уравнений.	В. Л. Файншмидт. . Индивидуальные задания по рядам Фурье и преобразованиям Фурье и Лапласа: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2017 (3) Т. Л. Анисова, П. Г. Лахманов. . Операционное исчисление: Москва: Юрайт, 2023 (2) А. П. Рябушко. Индивидуальные задания по высшей математике. Ч. 4 Операционное исчисление: БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2007 (16) Е. С. Баранова, В. И. Иванов, Г. А. Согомонова. . Операционное исчисление: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2008 (12) А. П. Рябушко. Индивидуальные задания по высшей математике. Ч. 4 Операционное исчисление: БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2007 (16)	16
Итого по разделу 2		16
<b>Раздел 3. Теория функций комплексной переменной.</b>		
Повторение понятия комплексное число. Изучение методов нахождения предела, производной, интеграла от функции комплексной переменной. Разложение в ряд Лорана в кольце. Теория вычетов и ее применение. Конформные отображения и их приложения.	В. Л. Файншмидт, П. М. Винник, И. В. Гусев. . Функции комплексного аргумента: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2013 (1, 2, 3) А. П. Рябушко, В. В. Бархатов, В. В. Державец. Индивидуальные задания по высшей математике. Ч. 2 Комплексные числа: БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2007 (12) Д. Т. Письменный. . Конспект лекций по высшей математике : М.: Айрис-пресс, 2006 (12) А. П. Рябушко, В. В. Бархатов, В. В. Державец. Индивидуальные задания по высшей математике. Ч. 2 Комплексные числа: БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2007 (12) Е. С. Баранова, Г. А. Согомонова, Н. В. Тарасова. . Теория функций комплексной переменной: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2008 (11)	8
Итого по разделу 3		8

## ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Фонд оценочных средств, позволяющие оценить результаты обучения по данной дисциплине, включают в себя:

- диагностическая работа
- вопросы/задания по темам ПЗ;
- дифференцированный зачет.

### Критерии оценивания

#### Диагностическая работа

Диагностическая работа проводится в форме теста в ЭИОС Moodle:

- при правильном ответе менее чем на 60% вопросов - не аттестация;
- при правильном ответе на 60% вопросов и более - аттестация.

#### Вопросы/задания по темам ПЗ

Выполнение контрольных мероприятий по темам практических занятий и самостоятельной работы, которые объявляются в начале семестра с указанием баллов за их выполнение в соответствии с технологической картой курса. Образцы вопросов и технологические карты можно найти в УМК дисциплины и ЭИОС Moodle.

#### Дифференцированный зачет

Оценка "зачтено-удовлетворительно" выставляется, если набрано от 51 до 74 баллов в соответствии с технологической картой курса.

Оценка "зачтено-хорошо" выставляется, если набрано от 75 до 84 баллов в соответствии с технологической картой курса.

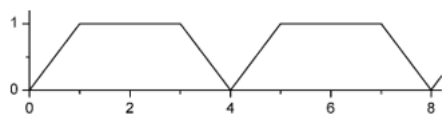
Оценка "зачтено-отлично" выставляется, если набрано от 85 баллов в соответствии с технологической картой курса.

КУРС	СЕМЕСТР	Наименование разделов и дидактических единиц	ВСЕГО	Аудиторные занятия в контактной форме			Самостоятельная работа студентов	Формируемая компетенция, %			НАИМЕНОВАНИЕ ОЦЕНОЧНОГО СРЕДСТВА
				ВСЕГО	Лекции	Практические занятия		ОПК-1	ОПК-Д-1	ОПК-Д-2	
2	4	Раздел 1. Ряды Фурье и интеграл Фурье.	32	16	8	8	16	20	20	20	Вопросы/ задания по темам ПЗ
2	4	Раздел 2. Операционное исчисление.	34	18	10	8	16	40	40	40	Вопросы/ задания по темам ПЗ
2	4	Раздел 3. Теория функций комплексной переменной.	42	34	16	18	8	40	40	40	Вопросы/ задания по темам ПЗ
Всего за 4 семестр			108	68	34	34	40	100	100	100	
Всего по дисциплине			108	68	34	34	40	100	100	100	

ОПК-1 - Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности

№ 1 Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ

Записать общий вид ряда Фурье для функции, график которой на отрезке  $[0;8]$  приведен на рисунке



№ 2 Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ

Составьте операторное уравнение для задачи Коши:  $x'' - 2x' + x = (t-1)1(t-1)$ ,  $x(0) = 0$ ;  $x'(0) = 0$

№ 3 Прочитайте текст и установите соответствие

Установите соответствие между изображениями по Лапласу и оригиналами.

Изображения по Лапласу:

А.  $F(p) = \frac{1}{p} - \frac{1}{p+3}$

Б.  $F(p) = \frac{1}{p+3} - \frac{1}{p}$

В.  $F(p) = \frac{1}{p} - \frac{1}{p^2}$

Г.  $F(p) = \frac{1}{p^2} - \frac{1}{p}$

Оригиналы:

1.  $f(t) = (t-1)1(t)$

2.  $f(t) = (1-t)1(t)$

3.  $f(t) = (t^2-1)1(t)$

4.  $f(t) = (e^{-3t} - 1)1(t)$

5.  $f(t) = (1 - e^{-3t})1(t)$

№ 4 Прочитайте текст и установите соответствие

Установите соответствие между оригиналами и изображениями по Лапласу.

Оригиналы:

А.  $(t-2)e^{5(t-2)}1(t-2)$

Б.  $e^{t-1} \sin(t-1)1(t-1)$

В.  $(t+1)^2 e^{t+1}1(t+1)$

Г.  $e^{4(t+2)} \cos(t+2)1(t+2)$

Изображения по Лапласу:

1.  $\frac{p-4}{(p-4)^2+1} e^{2p}$

2.  $\frac{2}{(p-1)^3} e^p$

3.  $\frac{p-4}{(p-4)^2+1} e^{-2p}$

4.  $\frac{1}{(p-2)^2+1} e^{-p}$

5.  $\frac{1}{(p-5)^2} e^{-2p}$

№ 5 Прочитайте текст и установите последовательность

Пусть  $f(x)$  – периодическая функция ( $T = 2\ell$ ). Если на  $[-\ell; \ell]$  функция  $f(x)$  и ее производная  $f'(x)$  непрерывны имеют \_\_\_\_\_, то тригонометрический ряд Фурье функции  $f(x)$  \_\_\_\_\_ на всей числовой прямой и его сум будет функция  $S(x)$ , определенная следующим образом: а) \_\_\_\_\_, если  $x$  – точка непрерывности  $f(x)$ ; б) \_\_\_\_\_, – точка разрыва  $f(x)$ . При этом тригонометрический ряд Фурье функции  $f(x)$  \_\_\_\_\_ на любом отрезке, целиком лежащем в интервале непрерывности функции  $f(x)$ .

А. сходится равномерно

Б.  $S(x) = f(x)$

В. сходится

Г.  $S(x) = \frac{f(x-0) + f(x+0)}{2}$

Д. конечное число точек разрыва первого рода

№ 6 Прочитайте текст и установите последовательность  
Расставьте правильные фразы в определении:

Точка  $z_0$ , в которой функция  $f(z)$  не является аналитической, называется \_\_\_\_\_ точкой функции  $f(z)$ . Точку являющуюся \_\_\_\_\_ для  $f(z)$ , называют \_\_\_\_\_ точкой функции  $f(z)$ . Точка  $z_0$  называется \_\_\_\_\_ точкой функции  $f(z)$ , если в некоторой ее окрестности нет другой \_\_\_\_\_ точки функции  $f(z)$ .

А. правильной

Б. особой

В. изолированной особой

№ 7 Прочитайте текст, выберите правильный ответ и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа

Вычислите $e^{3\pi i}$	
1.	0
2.	-1
3.	$\ln(3\pi)$
4.	1

№ 8 Прочитайте текст, выберите правильный ответ и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа

Пусть $f(x)$ — периодическая функция с периодом $T = 2\pi$ . Указать её разложение в ряд Фурье на интервале $(-\pi, \pi)$ .	
1	$\frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos kx$
2	$\sum_{k=1}^{\infty} b_k \sin kx$
3	$\frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos kx + b_k \sin kx$
4	$\sum_{k=1}^{\infty} b_k \sin \frac{k\pi x}{l}$

№ 9 Прочитайте текст, выберите правильный ответ и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа

Какое из приведенных преобразований является прямым преобразованием Фурье общего вида функции $f(x)$ ?	
1	$F(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{izx} f(x) dx$
2	$F(z) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^{\infty} f(x) \cos z x dx$
3	$F(z) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^{\infty} f(x) \sin z x dx$
4	$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} e^{-izx} F(z) dz$

№ 10 Прочитайте текст, выберите правильные ответы и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответов

Каких приведённых периодических функций  $f(x)$  с периодом  $T$  коэффициент  $a_0$  ряда Фурье равен 0?

1	$f(x) = x^2, \quad x \in [-1, 1), \quad T = 2$
2	$f(x) = \begin{cases} 2, & x \in [-1; 0) \\ -2, & x \in (0; 1) \end{cases}, \quad T = 2$
3	$f(x) = x^3, \quad x \in [-1, 1), \quad T = 2$
4	$f(x) = \begin{cases} 2, & x \in [-1; 0) \\ 4, & x \in [0; 1) \end{cases}, \quad T = 2$

№ 11 Прочитайте текст, выберите правильные ответы и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответов

Какие из приведённых функций вещественной переменной $t$ являются оригиналами?	
1.	$e^t 1(t)$
2.	$(t^3 + 5t^2 - 1)1(t)$
3.	$\sin(4t + 1)1(t)$
4.	$e^{t^2} 1(t)$

№ 12 Прочитайте текст, выберите правильные ответы и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответов

Какие из приведённых линейных дифференциальных уравнений можно решить операторным методом?

1	$x'' + 2x' + x = 1(t)$
2	$x''' + x' = \sin t 1(t)$
3	$x'' - 2x' = \cos(t - 1)1(t - 1)$
4	$x'' + 2 \sin(t) x' + x = 1(t)$

№ 13 Прочитайте текст, выберите правильные ответы и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответов

Какие точки являются полюсами третьего порядка для функции  $f(z) = \frac{z+1}{(z-i)^3(z-2i)^3z^2}$ ?

1.	$z = i$
2.	$z = 2i$
3.	$z = 0$
4.	$z = -1$

**ОПК-1 - Способен анализировать задачи профессиональной деятельности на основе положений, законов и методов в области естественных наук и математики**

№ 1 Прочитайте текст и установите последовательность

Расставьте правильно пропущенные слова:

Конформные отображения фигур на комплексной плоскости сохраняют \_1\_ и не сохраняют \_2\_. При этом, форма бесконечно малых фигур \_3\_, а произвольных \_4\_.

А. длины отрезков

Б. углы между кривыми в точках их пересечения

В. может не сохраняться

Г. сохраняется

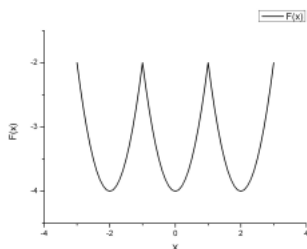


№ 2 Прочитайте текст, выберите правильный ответ и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа  
Выбрать какая из функций является гармоникой:

1	$\cos^2(3x)$
2	$3 \cos(3x) + 2 \sin(2x)$
3	$\sin^3 x$
4	$3 \cos(3x) + 7 \sin(3x)$

№ 3 Прочитайте текст, выберите правильный ответ и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа

Функция, изображённая на рисунке, имеет период  $T = 2$ , а на промежутке  $[-1; 1]$  равна  $2x^2 - 4$ . Найдите коэффициент  $b_2$  её ряда Фурье.



1	2
2	0
3	$-\frac{2}{\pi}$
4	$4\pi$

№ 4 Прочитайте текст, выберите правильный ответ и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа

Какая из функций является мнимой частью функции  $W = Z^2$  ?

1	$x^2 + y^2$
2	$x^2 - y^2$
3	$2xy$
4	$2xyi$

№ 5 Прочитайте текст, выберите правильные ответы и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответов

Какие точки являются полюсами третьего порядка для функции  $f(z) = \frac{z+1}{(z-i)^3(z-2i)^3z^2}$ ?

1.	$z = i$
2.	$z = 2i$
3.	$z = 0$
4.	$z = -1$

№ 6 Прочитайте текст, выберите правильные ответы и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответов

Какие из приведённых комплексных чисел являются значениями натурального логарифма комплексного числа  $z = -1$ ?

1.	$\pi i$
2.	$3\pi i$
3.	$-\pi i$
4.	0

№ 7 Прочитайте текст, выберите правильные ответы и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответов

Найти вычеты функции  $f(z) = \frac{z}{(z-1)(z-3)}$ .

- 1 -0,5
- 2 1,5
- 3 -1
- 4 -1,5

№ 8 Прочитайте текст, выберите правильные ответы и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответов

Какие из приведённых функций могут являться вещественной или мнимой частями аналитической функции  $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$  комплексной переменной  $z = x + iy$ ?

1.	$3xy + x + 2y + 5$
2.	$y^2 - x^2 + 4xy + 1$
3.	$x^3 - 3xy^2 + x - 1$
4.	$y^2 + x^2 + 4xy - 1$

№ 9 Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ

Запишите интеграл Фурье для функции  $f(x)$

№ 10 Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ

Является ли приведённая функция  $u(x, y) + iv(x, y) = x^2 + 1 - iy^2$  аналитической функцией  $f(z) = u + iv$  комплексной переменной  $z = x + iy$ ?

№ 11 Прочитайте текст и установите соответствие

Установите соответствие между периодической функцией с периодом и амплитудой первой гармоники ряда Фурье функции.

Функции:

А.  $f(x) = \begin{cases} 2, & x \in [-1; 0) \\ -2, & x \in [0; 1) \end{cases}, T = 2$

Б.  $f(x) = \begin{cases} -3, & x \in [-1; 0) \\ 3, & x \in [0; 1) \end{cases}, T = 2$

В.  $f(x) = \begin{cases} 4, & x \in [-1; 0) \\ -4, & x \in [0; 1) \end{cases}, T = 2$

Г.  $f(x) = \begin{cases} -5, & x \in [-1; 0) \\ 5, & x \in [0; 1) \end{cases}, T = 2$

Амплитуды первой гармоники ряда Фурье:

1.  $\frac{20}{\pi}$

2.  $\frac{16}{\pi}$

3.  $\frac{12}{\pi}$

4.  $\frac{8}{\pi}$

№ 12 Прочитайте текст и установите соответствие

Пусть  $f(x)$  -периодическая функция с периодом  $T$ . Указать её разложение в ряд Фурье на интервале  $(-T, T)$ .

1.  $\frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos kx$

2.  $\sum_{k=1}^{\infty} b_k \sin kx$

3.  $\frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos kx + b_k \sin kx$

4.  $\sum_{k=1}^{\infty} b_k \sin \frac{k\pi x}{l}$

- Тип  
функции
- А Общего вида
- Б чётная
- В нечётная

№ 13 Прочитайте текст и установите последовательность

Расставьте правильно пропущенные слова в определениях:

Преобразованием Лапласа функции  $f(x)$  называется функция  $F(p)$  получаемая интегрированием по  $x$  произведения комплексной экспоненты и функции  $f(x)$ .

Преобразованием Фурье функции  $f(x)$  называется функция  $F(i\omega)$  получаемая интегрированием по  $x$  произведения комплексной экспоненты и функции  $f(x)$ .

- А. комплексной переменной
- Б. вещественной переменной
- В. положительной вещественной полуоси
- Г. всей числовой оси

**ОПК-Д-2 - Способен формулировать задачи профессиональной деятельности на основе знаний, профильных разделов математических и естественнонаучных дисциплин (модулей)**

№ 1 Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ

Найти ряд Фурье для функции  $f(x) = |\sin x|$ , заданной на  $[-\pi, \pi]$

№ 2 Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ

Найдите коэффициент при  $z^{-4}$  в разложении функции  $f(z) = z^2 \cos \frac{1}{z}$  в ряд Лорана.

№ 3 Прочитайте текст и установите соответствие

Установите соответствие между функциями, заданными на отрезке  $[0, \pi]$ , и коэффициентами разложения в ряд Фурье их продолжений на  $[-\pi, 0]$ :

- А)  $f(x) = x$
- Б)  $f(x) = 1$
- В)  $f(x) = -1$
- Г)  $f(x) = \cos x$

$$1) b_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} x \sin nx \, dx$$

$$2) a_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} x \cos nx \, dx$$

$$3) b_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} \sin nx \, dx$$

$$4) b_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} \cos x \sin nx \, dx$$

$$5) a_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} (-1) \cos nx \, dx$$

№ 4 Прочитайте текст и установите соответствие

Установите соответствие между значениями  $z$

1.  $z = 2$
2.  $z = -2$
3.  $z = -1$
4.  $z = 3$
5.  $z = 4$

и порядком  $z$  как полюса функции:

$$f(z) = \frac{z - 2}{(z^2 - 4z + 4)(z + 2)(z - 3)^2(z^2 + 2z + 1)^2(z - 4)^5}$$

- А) 1
- Б) 2
- В) 4
- Г) 5

№ 5 Прочитайте текст и установите последовательность

Установите последовательность:

Для того, чтобы функция комплексного переменного \_\_\_\_\_ дифференцируемой в точке \_\_\_\_\_, необходимо и достаточно, чтобы функции \_\_\_\_\_ и \_\_\_\_\_ были дифференцируемы в точке \_\_\_\_\_, и чтобы в этой точке выполнялись равенства:  $\frac{\partial}{\partial x}$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial x}$$

- А)  $z_0 = x_0 + iy_0$
- Б)  $u(x, y)$
- В)  $w = f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$
- Г)  $(x_0; y_0)$

№ 6 Прочитайте текст и установите последовательность

Вставьте пропущенные термины:

Функция  $x(t)$  называется оригиналом, если она удовлетворяет следующим условиям:

- 1) \_\_\_\_\_ при  $t < 0$ ,
  - 2) \_\_\_\_\_  $t \geq 0$ ,
  - 3) существуют такие числа  $M > 0$  и  $s_0 \geq 0$ , что для \_\_\_\_\_ выполняется неравенство  $f(t) \leq M \cdot e^{s_0 t}$ .
- А) всех  $t$
  - Б)  $f(t) = 0$
  - В)  $f(t)$  – кусочно-непрерывная

№ 7 Прочитайте текст, выберите правильный ответ и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа

Сколько особых точек имеет функция  $f(z) = \frac{z+1}{z^5+2z^4+z^3}$  в области  $|z| = 3$ .

Варианты:

- А) 1;
- Б) 2;
- В) 3;
- Г) 4.

№ 8 Прочитайте текст, выберите правильный ответ и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа

Пусть оригиналу  $x(t)$  соответствует его изображение по Лапласу  $F(p)$ , тогда изображению Лапласу линейного дифференциального уравнения:  $x'' + x' = 1(t)$  с начальными условиями  $x(0) = 1$  является:

- А)  $p^2 F(p) - p + pF(p) = 1/p$
- Б)  $p^2 F(p) - 1 + pF(p) = 1/p$
- В)  $p^2 F(p) - p + pF(p) = 1$
- Г)  $p^2 F(p) + p - pF(p) = 1/p$

№ 9 Прочитайте текст, выберите правильный ответ и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа

Оригиналом следующего изображения по Лапласу  $F(p) = \frac{e^{-3p}}{p+1}$  является функция:

- А)  $x(t) = e^{-(t-3)}1(t-3)$
- Б)  $x(t) = e^{-3(t-1)}1(t-1)$
- В)  $x(t) = e^{-(t-3)}1(t)$
- Г)  $x(t) = e^{-3t}1(t-3)$

№ 10 Прочитайте текст, выберите правильные ответы и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответов

Выберите верные продолжения следующего предложения:

Сумма ряда Фурье  $S(x)$  периодической кусочно-гладкой функции в точке равна:

- А) значению функции в точке, если функция непрерывна в этой точке;
- Б) значению функции в любой точке;
- В) полусумме левостороннего и правостороннего предела функции в любой точке;
- Г) левостороннему пределу функции в точке разрыва первого рода.

№ 11 Прочитайте текст, выберите правильные ответы и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответов

Функция  $w = Ln(z)$  в точке  $z = 1 - i$  может принимать значения:

- А)  $\ln 2 + i \sin\left(\frac{\pi}{4}\right)$
- Б)  $\ln 2 + i \frac{\pi}{4}$
- В)  $\ln \sqrt{2} + i \frac{7\pi}{4}$
- Г)  $\frac{1}{2} \ln 2 + i \frac{7\pi}{4}$

Какие из перечисленных функций комплексной переменной  $f(z)$  являются аналитическими в точке  $z = 0$ :

А)  $f(z) = z^2$ ;

Б)  $f(z) = \sin(z)$ ;

В)  $f(z) = e^{-z}$ ;

Г)  $f(z) = \bar{z}$ .