

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета
_____ Шматко А.Д.
« ____ » _____ 20 ____

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ

Направление/специальность подготовки	09.03.01 Информатика и вычислительная техника
Специализация/профиль/программа подготовки	Автоматизированные системы обработки информации и управления
Уровень высшего образования	Бакалавриат
Форма обучения	Очная
Факультет	И Информационные и управляющие системы
Выпускающая кафедра	ИЗ Системы управления и компьютерные технологии
Кафедра-разработчик рабочей программы	Б1 Высшая математика

КУРС	СЕМЕСТР	ОБЩАЯ ТРУДОЁМКОСТЬ (ЗАЧЕТНЫХ ЕДИНИЦ)	ЧАСЫ (по наличию видов занятий)									ВИД ПРОМЕЖУТОЧНОГО КОНТРОЛЯ
			ОБЩАЯ ТРУДОЁМКОСТЬ	АУДИТОРНЫЕ ЗАНЯТИЯ				САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА				
				ВСЕГО	ЛЕКЦИИ	ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ	ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ	ВСЕГО	КУРСОВОЙ ПРОЕКТ	КУРСОВАЯ РАБОТА	ДРУГИЕ ВИДЫ САМОСТ. РАБОТЫ	
3	5	3	108	51	17	0	34	57	0	0	57	диф. зач.

ЛИСТ СОГЛАСОВАНИЯ

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА СОСТАВЛЕНА В СООТВЕТСТВИИ С ТРЕБОВАНИЯМИ ФЕДЕРАЛЬНОГО
ГОСУДАРСТВЕННОГО ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО СТАНДАРТА ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ (ФГОС ВО)**

09.03.01 Информатика и вычислительная техника

год набора группы: 2026

Программу составили:

Кафедра Б1 Высшая математика
Белкова Анастасия Леонидовна, к.ф.-м.н., доцент

Кафедра Б1 Высшая математика
Чернусь Павел Павлович, к.т.н., доцент, доцент

Программа рассмотрена
на заседании кафедры-разработчика
рабочей программы **Б1 Высшая математика**

Заведующий кафедрой Винник П.М., д.т.н., доц.

Программа рассмотрена
на заседании выпускающей кафедры

ИЗ Системы управления и компьютерные технологии

Заведующий кафедрой Сырцев А.Н., д.воен.н., снс

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ

Разделы рабочей программы

1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ
2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП ВО
3. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ
4. ФОРМЫ КОНТРОЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ
5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ
6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Приложения к рабочей программе дисциплины

- Приложение 1. Аннотация рабочей программы
- Приложение 2. Технологии и формы обучения
- Приложение 3. Фонды оценочных средств

1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ОПК-1 — Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности

ОПК.Д-1 — Способен анализировать задачи профессиональной деятельности на основе положений, законов и методов в области естественных наук и математики

ОПК.Д-2 — Способен формулировать задачи профессиональной деятельности на основе знаний, профильных разделов математических и естественнонаучных дисциплин (модулей)

Формированию компетенций служит достижение следующих результатов образования:

ОПК-1

знания:

Случайные события и их свойства, алгебру событий, аксиоматический подход к вычислению вероятностей, геометрическую и статистическую вероятность, классическую схему и комбинаторный подход к вычислению вероятностей, одномерные и двумерные случайные величины, способы их задания и числовые характеристики, основные виды используемых в задачах случайных величин (биномиальную, нормальную, экспоненциальную, равномерную, геометрическую), функции от случайных величин, предельные теоремы теории вероятностей, способы представления статистических данных, точечные и интервальные оценки параметров генеральной совокупности по выборке, проверку статистических гипотез, регрессионный анализ (линейную и криволинейную одиночную и множественную регрессии), однофакторный дисперсионный анализ, методы непараметрической статистики;

умения:

Производить операции над событиями, вычислять вероятности случайных событий с применением классической схемы и основных теорем теории вероятностей, описывать одномерные случайные величины и находить их числовые характеристики, описывать двумерные случайные величины и находить их числовые характеристики, находить функции от случайных величин, использовать предельные теоремы теории вероятностей, обрабатывать статистические данные, строить графические изображения статистических рядов, находить точечные и интервальные оценки неизвестных параметров генеральной совокупности, проводить проверку статистических гипотез, строить регрессионные модели, использовать критерии непараметрической статистики;

навыки:

овладеть основными математическими формулами, методами и способами их применения для решения задач естественнонаучных и технических дисциплин, а также задач, составляющих основу инженерно-конструкторской практики

Студенты приобретут опыт деятельности:

1. постановки задачи и построения математической модели для реальных условий;
2. представления результатов своих исследований в виде полной математической модели.

ОПК.Д-1

знания:

предельные теоремы теории вероятностей, способы представления статистических данных, точечные и интервальные оценки параметров генеральной совокупности по выборке, проверка статистических гипотез, регрессионный анализ (линейная и криволинейная одиночная и множественная регрессии), однофакторный дисперсионный анализ, методы непараметрической статистики;

умения:

использовать предельные теоремы теории вероятностей, обрабатывать статистические данные, строить графические изображения статистических рядов, находить точечные и интервальные оценки неизвестных параметров генеральной совокупности, проводить проверку статистических гипотез, строить регрессионные модели, использовать критерии непараметрической статистики;

навыки:

Студенты приобретут опыт деятельности:

1. постановки задачи и построения математической модели для реальных условий;
2. представления результатов своих исследований в виде полной математической модели.

ОПК.Д-2

знания:

Случайные события и их свойства, алгебру событий, аксиоматический подход к вычислению вероятностей, геометрическую и статистическую вероятность, классическую схему и комбинаторный подход к вычислению вероятностей, одномерные и двумерные случайные величины, способы их задания и числовые характеристики, основные виды используемых в задачах случайных величин (биномиальную, нормальную, экспоненциальную, равномерную, геометрическую), функции от случайных величин, предельные теоремы теории вероятностей, способы представления статистических данных, точечные и интервальные оценки параметров генеральной совокупности по выборке, проверку статистических гипотез, регрессионный анализ (линейную и криволинейную одиночную и множественную регрессии), однофакторный дисперсионный анализ, методы непараметрической статистики;

умения:

Производить операции над событиями, вычислять вероятности случайных событий с применением классической схемы и основных теорем теории вероятностей, описывать одномерные случайные величины и находить их числовые характеристики, описывать двумерные случайные величины и находить их числовые характеристики, находить функции от случайных величин, использовать предельные теоремы теории вероятностей, обрабатывать статистические данные, строить графические изображения статистических рядов, находить точечные и интервальные оценки неизвестных параметров генеральной совокупности, проводить проверку статистических гипотез, строить регрессионные модели, использовать критерии непараметрической статистики;

навыки:

овладеть основными математическими формулами, методами и способами их применения для решения задач естественнонаучных и технических дисциплин, а также задач, составляющих основу инженерно-конструкторской практики.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП ВО

Дисциплина **ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ** является дисциплиной **обязательной части блока 1** программы подготовки по направлению *09.03.01 Информатика и вычислительная техника*.

Содержание дисциплины является логическим продолжением дисциплин: **ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА**.

Содержание дисциплины является основой для освоения дисциплин: **ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫЕ МЕТОДЫ УПРАВЛЕНИЯ, МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В ЭКОНОМИКЕ И УПРАВЛЕНИИ, МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА И СЛУЧАЙНЫЕ ПРОЦЕССЫ, НАДЕЖНОСТЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМ, ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ В ИНФОРМАЦИОННЫХ КАНАЛАХ, ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ, ТЕОРИЯ ИНФОРМАЦИИ И КОДИРОВАНИЕ**.

Предварительные компетенции, сформированные у обучающегося до начала изучения дисциплины:

- ОПК-1 — Способен применять естественнонаучные и общинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности
- ОПК,Д-1 — Способен анализировать задачи профессиональной деятельности на основе положений, законов и методов в области естественных наук и математики
- ОПК,Д-2 — Способен формулировать задачи профессиональной деятельности на основе знаний, профильных разделов математических и естественнонаучных дисциплин (модулей)

3. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 з.е., 108 ч.

3.1. Содержание (дидактика) дисциплины

КУРС	СЕМЕСТР	Наименование разделов и дидактических единиц	ВСЕГО	Аудиторные занятия в контактной форме			Самостоятельная работа студентов	Формируемая компетенция, %		
				ВСЕГО	Лекции	Практические занятия		ОПК-1	ОПК-1, 2	ОПК-2
3	5	Раздел 1. Случайные события. Пространство элементарных событий. Случайные события и действия над ними. Алгебра событий. Таблицы истинности. Диаграммы Эйлера-Венна. Аксиомы теории вероятностей. Классическая схема вычисления вероятностей. Комбинаторика. Геометрические вероятности. Статистическая и экспертные модели вычисления вероятностей. Условная вероятность. Независимость событий. Формулы сложения и умножения вероятностей. Формула полной вероятности и формулы Байеса.	24	14	4	10	10	20	20	20
3	5	Раздел 2. Случайные величины. Случайная величина. Функция распределения и ее свойства. Типы случайных величин. Случайная величина дискретного типа: закон и ряд распределения, функция распределения, таблица и многоугольник распределения. Числовые характеристики случайных величин: математическое ожидание, мода, дисперсия, стандартное отклонение, начальные и центральные моменты. Распределения: Бернулли, биномиальное, геометрическое, Пуассона.	37	17	5	12	20	20	20	20
3	5	Раздел 3. Случайные векторы. Случайные векторы. Функции распределения. Условные распределения. Зависимость и независимость компонент. Числовые характеристики. Ковариационная и корреляционная матрицы. Нормальный случайный вектор. Функции от случайных величин, их числовые характеристики, плотности и функции распределения.	18	6	2	4	12	20	20	20
3	5	Раздел 4. Закон больших чисел и центральная предельная теорема. Формулы Маркова и Чебышева. Закон больших чисел. Теоремы Чебышева и Бернулли. Центральная предельная теорема. Теоремы и формулы Муавра-Лапласа.	9	4	2	2	5	20	20	20
3	5	Раздел 5. Математическая статистика. Генеральная совокупность. Выборка и ее свойства. Вариационный ряд. Эмпирическая функция распределения. Числовые характеристики выборки: среднее арифметическое, выборочная медиана, выборочная дисперсия и стандартное отклонение. Статистики и оценки. Несмещенность, эффективность и состоятельность оценок. Метод подстановки. Оценки параметров и характеристик основных распределений. Доверительное оценивание, непараметрическое и параметрическое. Оценки параметров нормального и биномиального распределений. Проверка статистических гипотез.	20	10	4	6	10	20	20	20
Всего за 5 семестр			108	51	17	34	57	100	100	100
Всего по дисциплине			108	51	17	34	57	100	100	100

3.2. Аудиторный практикум

№ п/п	Номер и наименование раздела дисциплины	Тема практического занятия	Объем, ауд. часов
1	Раздел 1. Случайные события.	Случайные события и действия над ними. Таблицы истинности.	2
2		Схема Бернулли. Предельные теоремы в схеме Бернулли.	2
3		Основные схемы вычисления вероятностей. Комбинаторика.	2
4		Условная вероятность. Формулы сложения и умножения вероятностей.	2
5		Формула полной вероятности и формула Байеса.	2
6	Раздел 2. Случайные величины.	Случайные величины дискретного типа.	2
7		Числовые характеристики дискретных случайных величин.	2
8		Случайная величина непрерывного типа: функция и плотность распределения, их графики.	2
9		Распределения: равномерное, экспоненциальное, нормальное; их функция и плотность распределения и числовые характеристики.	2
10		Функция распределения и ее свойства.	2
11		Числовые характеристики непрерывных случайных величин.	2
12	Раздел 3. Случайные векторы.	Двумерные случайные величины.	2
13		Функции от случайных величин.	2
14	Раздел 4. Закон больших чисел и центральная предельная теорема.	Неравенство Чебышева, закон больших чисел и центральная предельная теорема.	2
15	Раздел 5. Математическая статистика.	Вычисление основных выборочных характеристик.	2
16		Интервальные оценки.	2
17		Проверка гипотез.	2
Всего за 5 семестр			34

3.3. Самостоятельная работа студента (СРС)

№ п/п	Номер и наименование раздела дисциплины	Содержание учебного задания	Объем, часов
1	Раздел 1. Случайные события.	Повторение понятия множество. Изучение основных методов решения задач теории вероятности со случайными событиями.	10
2	Раздел 2. Случайные величины.	Изучение методов решения задач для дискретной и непрерывной случайной величины.	20

3	Раздел 3. Случайные векторы.	Изучение методов решения задач с двумерными векторами случайных величин, а также задач с функциями, зависящими от случайной величины.	12
4	Раздел 4. Закон больших чисел и центральная предельная теорема.	Изучение применения закона больших чисел и центральной предельной теоремы в практических задачах.	5
5	Раздел 5. Математическая статистика.	Изучение методов математической статистики и решения задач, связанных с обработкой экспериментальных данных.	10
Всего за 5 семестр			57

4. ФОРМЫ КОНТРОЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

СЕМЕСТР	НЕДЕЛИ СЕМЕСТРА																
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
5		ВПЗ		ВПЗ		ДР		ВПЗ		ДР		ВПЗ		ВПЗ		ДР	диф. зач.

Условные обозначения:

- ДР – диагностическая работа;
- ВПЗ – вопросы/задания по темам ПЗ;
- диф. зач. – дифференцированный зачет.

Текущий контроль успеваемости студентов проводится в дискретные временные интервалы в следующих формах:

- диагностическая работа;
- вопросы/задания по темам ПЗ.

Промежуточная аттестация проводится в формах:

- дифференцированный зачет.

5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

5.1. Основная литература по дисциплине:

1. А. М. Попов, М. С. Попов, Ф. В. Солдаткин. . Теория вероятностей и математическая статистика. СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2008, эл. рес.
2. А. П. Рябушко. Индивидуальные задания по высшей математике. Ч. 4 Операционное исчисление. БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2007, 198 экз.
3. А. П. Рябушко. Индивидуальные задания по высшей математике. Ч. 4 Операционное исчисление. БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2007, эл. рес.
4. В. Е. Гмурман. . Теория вероятностей и математическая статистика. Москва: Юрайт, 2022, эл. рес.
5. В. Л. Файншмидт. . Элементы теории вероятностей. СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2011, эл. рес.
6. В. Л. Файншмидт. Элементы теории вероятностей. СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2011, 205 экз.
7. В. Л. Файншмидт. . Элементы математической статистики. СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2017, 279 экз.
8. В. Л. Файншмидт. . Элементы математической статистики. СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2017, эл. рес.

5.2. Дополнительная литература по дисциплине:

не требуется.

5.3. Периодические издания:

не требуются.

5.4. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины, электронные библиотечные системы:

1. <https://repository.library.voenmeh.ru/jspui/> — Фундаментальная библиотека БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова;
2. <https://ura.it.ru/> — Главная – Образовательная платформа Юрайт. Для вузов и ссузов..

Современные профессиональные базы данных:

1. <https://rusneb.ru> – Национальная электронная библиотека (НЭБ);
2. <https://cyberleninka.ru/> - Научная электронная библиотека «Киберленинка»;
<http://www.rfbr.ru/rffi/ru/library> - Полнотекстовая электронная библиотека Российского фонда фундаментальных исследований.

Информационные справочные системы:

1. Техэксперт – Информационный портал технического регулирования: Нормы, правила, стандарты РФ;
2. http://library.voenmeh.ru/jirbis2/index.php?option=com_irbis&view=irbis&Itemid=457 - БД ГОСТов собственной генерации БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова;
3. <http://www.consultant.ru/>- КонсультантПлюс- информационный портал правовой информации.

5.5. Программное обеспечение:

не требуется.

5.6. Информационные технологии:

взаимодействие с обучающимися посредством ЭИОС Moodle БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова.

6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

6.1. Лекционные занятия:

специализированные требования по оборудованию отсутствуют; аудитория с посадочными местами по количеству студентов; доска.

6.2. Практические занятия:

1. Аудитория с числом посадочных мест не меньше количества обучающихся.

6.3. Прочее:

1. рабочее место преподавателя, оснащенное компьютером с доступом в Интернет;
2. рабочие места студентов, оснащенные компьютерами с доступом в Интернет, предназначенные для работы в электронной образовательной среде.

Аннотация рабочей программы

Дисциплина **ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ** является дисциплиной **обязательной части блока 1** программы подготовки по направлению *09.03.01 Информатика и вычислительная техника*. Дисциплина реализуется на факультете Б Базовое инженерное образование БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д.Ф. Устинова кафедрой Б1 Высшая математика.

Дисциплина нацелена на формирование *компетенций*:

ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общетеоретические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности;
ОПК.Д-1 Способен анализировать задачи профессиональной деятельности на основе положений, законов и методов в области естественных наук и математики;
ОПК.Д-2 Способен формулировать задачи профессиональной деятельности на основе знаний, профильных разделов математических и естественнонаучных дисциплин (модулей).

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с развитием у студентов целостного понимания теории вероятностей и её связи с математической статистикой, как наукой, позволяющей обрабатывать экспериментальные данные. Дисциплина предназначена для формирования навыков построения математических моделей. Она носит практико-ориентированный характер.

Программой дисциплины предусмотрены следующие **виды контроля**:

Текущий контроль успеваемости студентов проводится в дискретные временные интервалы в следующих формах:

- диагностическая работа;
- вопросы/задания по темам ПЗ.

Промежуточная аттестация проводится в формах:

- дифференцированный зачет.

Общая трудоемкость освоения дисциплины составляет **3 з.е., 108 ч**. Программой дисциплины предусмотрены лекционные занятия (**17 ч.**), практические занятия (**34 ч.**), самостоятельная работа студента (**57 ч.**).

ТЕХНОЛОГИИ И ФОРМЫ ОБУЧЕНИЯ

Рекомендации по освоению дисциплины для студента

Трудоемкость освоения дисциплины составляет 108 ч., из них 51 ч. аудиторных занятий, и 57 ч., отведенных на самостоятельную работу студента.

Рекомендации по распределению учебного времени по видам самостоятельной работы и разделам дисциплины приведены в таблице.

Контроль освоения дисциплины производится в соответствии с Положением о текущем, рубежном контроле успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся.

Формы контроля и критерии оценивания приведены в приложении 3 к Рабочей программе.

Наименование работы	Рекомендуемая литература	Трудоемкость, час.
Раздел 1. Случайные события.		
Повторение понятия множество. Изучение основных методов решения задач теории вероятности со случайными событиями.	В. Е. Гмурман. . Теория вероятностей и математическая статистика: Москва: Юрайт, 2022 (1) А. П. Рябушко. Индивидуальные задания по высшей математике. Ч. 4 Операционное исчисление: БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2007 (18) А. М. Попов, М. С. Попов, Ф. В. Солдаткин. . Теория вероятностей и математическая статистика: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2008 (1) А. П. Рябушко. Индивидуальные задания по высшей математике. Ч. 4 Операционное исчисление: БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2007 (18) В. Л. Файншмидт. . Элементы теории вероятностей: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2011 (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9) В. Л. Файншмидт. Элементы теории вероятностей: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2011 (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9)	10
Итого по разделу 1		10
Раздел 2. Случайные величины.		
Изучение методов решения задач для дискретной и непрерывной случайной величины.	В. Е. Гмурман. . Теория вероятностей и математическая статистика: Москва: Юрайт, 2022 (2) В. Л. Файншмидт. . Элементы теории вероятностей: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2011 (10, 11, 12, 13,14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21) В. Л. Файншмидт. Элементы теории вероятностей: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2011 (10, 11, 12, 13,14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21) А. П. Рябушко. Индивидуальные задания по высшей математике. Ч. 4 Операционное исчисление: БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2007 (18) А. М. Попов, М. С. Попов, Ф. В. Солдаткин. . Теория вероятностей и математическая статистика: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2008 (2) А. П. Рябушко. Индивидуальные задания по высшей математике. Ч. 4 Операционное исчисление: БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2007 (18)	20
Итого по разделу 2		20
Раздел 3. Случайные векторы.		
Изучение методов решения задач с двумерными векторами случайных величин, а также задач с функциями, зависящими от случайной величины.	А. П. Рябушко. Индивидуальные задания по высшей математике. Ч. 4 Операционное исчисление: БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2007 (18) А. М. Попов, М. С. Попов, Ф. В. Солдаткин. . Теория вероятностей и математическая статистика: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2008 (3) В. Л. Файншмидт. . Элементы теории вероятностей: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2011 (22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29,30) А. П. Рябушко. Индивидуальные задания по высшей математике. Ч. 4 Операционное исчисление: БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2007 (18) В. Л. Файншмидт. Элементы теории вероятностей:	12

	СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2011 (22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29,30) В. Е. Гмурман. . Теория вероятностей и математическая статистика: Москва: Юрайт, 2022 (3)	
Итого по разделу 3		12
Раздел 4. Закон больших чисел и центральная предельная теорема.		
Изучение применения закона больших чисел и центральной предельной теоремы в практических задачах.	В. Е. Гмурман. . Теория вероятностей и математическая статистика: Москва: Юрайт, 2022 (4) А. М. Попов, М. С. Попов, Ф. В. Солдаткин. . Теория вероятностей и математическая статистика: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2008 (4) А. П. Рябушко. Индивидуальные задания по высшей математике. Ч. 4 Операционное исчисление: БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2007 (18) В. Л. Файншмидт. Элементы теории вероятностей: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2011 (31) В. Л. Файншмидт. . Элементы теории вероятностей: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2011 (31) А. П. Рябушко. Индивидуальные задания по высшей математике. Ч. 4 Операционное исчисление: БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2007 (18)	5
Итого по разделу 4		5
Раздел 5. Математическая статистика.		
Изучение методов математической статистики и решения задач, связанных с обработкой экспериментальных данных.	А. П. Рябушко. Индивидуальные задания по высшей математике. Ч. 4 Операционное исчисление: БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2007 (19) В. Л. Файншмидт. . Элементы математической статистики: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2017 (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25) А. М. Попов, М. С. Попов, Ф. В. Солдаткин. . Теория вероятностей и математическая статистика: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2008 (5) В. Е. Гмурман. . Теория вероятностей и математическая статистика: Москва: Юрайт, 2022 (5) В. Л. Файншмидт. . Элементы математической статистики: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2017 (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25) А. П. Рябушко. Индивидуальные задания по высшей математике. Ч. 4 Операционное исчисление: БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2007 (19)	10
Итого по разделу 5		10

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Фонд оценочных средств, позволяющие оценить результаты обучения по данной дисциплине, включают в себя:

- диагностическая работа
- вопросы/задания по темам ПЗ;
- дифференцированный зачет.

Критерии оценивания

Диагностическая работа

Диагностическая работа проводится в форме теста в ЭИОС Moodle:

- при правильном ответе менее чем на 60% вопросов - не аттестация;
- при правильном ответе на 60% вопросов и более - аттестация.

Вопросы/задания по темам ПЗ

Выполнение контрольных мероприятий по темам практических занятий и самостоятельной работы, которые объявляются в начале семестра с указанием баллов за их выполнение в соответствии с технологической картой курса. Образцы вопросов и технологические карты можно найти в УМК дисциплины и ЭИОС Moodle.

Дифференцированный зачет

Оценка "зачтено-удовлетворительно" выставляется, если набрано от 51 до 74 баллов в соответствии с технологической картой курса.

Оценка "зачтено-хорошо" выставляется, если набрано от 75 до 84 баллов в соответствии с технологической картой курса.

Оценка "зачтено-отлично" выставляется, если набрано от 85 баллов в соответствии с технологической картой курса.

КУРС	СЕМЕСТР	Наименование разделов и дидактических единиц	ВСЕГО	Аудиторные занятия в контактной форме			Самостоятельная работа студентов	Формируемая компетенция, %			НАИМЕНОВАНИЕ ОЦЕНОЧНОГО СРЕДСТВА
				ВСЕГО	Лекции	Практические занятия		ОПК-1	ОПК-Д-1	ОПК-Д-2	
3	5	Раздел 1. Случайные события.	24	14	4	10	10	20	20	20	Вопросы/ задания по темам ПЗ
3	5	Раздел 2. Случайные величины.	37	17	5	12	20	20	20	20	Вопросы/ задания по темам ПЗ
3	5	Раздел 3. Случайные векторы.	18	6	2	4	12	20	20	20	Вопросы/ задания по темам ПЗ
3	5	Раздел 4. Закон больших чисел и центральная предельная теорема.	9	4	2	2	5	20	20	20	Вопросы/ задания по темам ПЗ
3	5	Раздел 5. Математическая статистика.	20	10	4	6	10	20	20	20	Вопросы/ задания по темам ПЗ
Всего за 5 семестр			108	51	17	34	57	100	100	100	
Всего по дисциплине			108	51	17	34	57	100	100	100	

Оценочные материалы по дисциплине ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ

ОПК-1 - Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности

№ 1 Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ

Если функция распределения случайной величины ξ $F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \frac{x^2}{x^2+2}, & x \geq 0 \end{cases}$ то, чему равна вероятность $P(1 \leq \xi < 4)$?

№ 2 Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ

Задана таблица распределения двумерной случайной величины (X, Y)

$X \backslash Y$	1	2	3
0,1	0,12	0,08	0,4
0,2	0,16	0,1	0,14

Найти условный закон распределения случайной величины X при $Y=2$

№ 3 Прочитайте текст и установите соответствие

Даны независимые случайные величины X и Y . Известны их математические ожидания и дисперсии $M(X) = 1$, $D(X) = 3$, $M(Y) = 2$, $D(Y) = 4$. Сопоставить математическому ожиданию, дисперсии и среднеквадратическому отклонению случайной величины $U = 3X - 2Y$ их числовые значения:

- | | |
|----------------|---------|
| А. $M(U)$ | 1. 43 |
| Б. $D(U)$ | 2. 6,56 |
| В. $\sigma(U)$ | 3. 13 |
| | 4. -1 |

№ 4 Прочитайте текст и установите соответствие

Кубик подбрасывается 3 раза. Составить ряд распределения случайной величины X (количество выпавших пятерок). Установить соответствие между вероятностями

- А. $P(X=0)$,
Б. $P(X=1)$,
В. $P(X=2)$,
Г. $P(X=3)$ и их числовыми значениями в пунктах 1 – 4.

1. $(\frac{1}{6})^3$;
2. $3 \cdot \frac{1}{6} \cdot (\frac{5}{6})^2$
3. $3 \cdot (\frac{1}{6})^2 \cdot \frac{5}{6}$;
4. $(\frac{5}{6})^3$
5. $3 \cdot \frac{5}{6} \cdot (\frac{1}{6})^2$

№ 5 Прочитайте текст и установите последовательность
аставьте правильные формулы, описывающие утверждения:

1. Вероятность события, которое влечет за собой другое событие: _____
2. Вероятность обратного события: _____
3. Вероятность любого события: _____
4. Вероятность невозможного события: _____
5. Вероятность суммы событий: _____

А:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Б:

$$P(A) \leq P(B)$$

В:

$$PA \leq 1$$

Г:

$$P(\emptyset) = 0$$

Д:

$$P(\bar{A}) = 1 - PA$$

№ 6 Прочитайте текст и установите последовательность

Вставьте пропущенные слова в определениях:

1. _____ заданного размера включает в себя все подмножества генеральной совокупности, которую имеют одинаковую вероятность быть отобранными.
2. _____ основывается на упорядочивании исследуемой совокупности в соответствии с какой-либо схемой и последующем отборе элементов через равные промежутки времени из этого упорядоченного списка.
3. _____ — это метод выбора из генеральной совокупности, которая может быть разделена на подгруппы.
4. _____ — это процесс выбора, при котором каждый элемент генеральной совокупности (размером N) имеет некоторую (независимую) вероятность p попасть в выборку при проведении одного розыгрыша.
5. _____ — это план выборочного исследования, используемый, когда в генеральной совокупности наблюдаются однородные, но внутренне неоднородные группы.

А Стратифицированная выборка

Б Вероятностная выборка, пропорциональная размеру

В Кластерная выборка

Г Простая случайная выборка

Д Систематическая выборка

№ 7 Прочитайте текст, выберите правильный ответ и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа

При каком значении константы C функция $f(x) = Cx^2$ может быть плотностью распределения некоторой непрерывной случайной величины на отрезке $[0;3]$, если для любого x вне этого отрезка $f(x) = 0$?

1	1
2	2/3
3	3
4	1/9

№ 8 Прочитайте текст, выберите правильный ответ и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа

Согласно интегральной теореме Лапласа, вероятность того, что число появлений случайного события в серии из $n = 180$ испытаний Бернулли (вероятность появления события равна $p = 0,5$) заключено в пределах $40 \leq k \leq 60$, можно найти по формуле:

	$P(40 \leq k \leq 60) =$
1	$= \Phi\left(\frac{60 - 180 * 0,5}{\sqrt{180 * 0,5 * 0,5}}\right) - \Phi\left(\frac{40 - 180 * 0,5}{\sqrt{180 * 0,5 * 0,5}}\right)$
2	$= \Phi\left(\frac{60 - 180 * 0,5}{\sqrt{180 * 0,5}}\right) - \Phi\left(\frac{40 - 180 * 0,5}{\sqrt{180 * 0,5}}\right)$
3	$= \Phi\left(\frac{60 - 0,5}{\sqrt{180 * 0,5}}\right) - \Phi\left(\frac{40 - 0,5}{\sqrt{180 * 0,5}}\right)$
4	$= \Phi\left(\frac{60 - 0,5}{\sqrt{0,5 * 0,5}}\right) - \Phi\left(\frac{40 - 0,5}{\sqrt{0,5 * 0,5}}\right)$

№ 9 Прочитайте текст, выберите правильный ответ и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа

Если ξ — случайная величина, a и b — константы, то математическое ожидание $M(a\xi + b) =$

1	$a^2 M(\xi)$
2	$a M(\xi)$
3	$a M(\xi) + b$
4	$a^2 M(\xi) + b^2$

№ 10 Прочитайте текст, выберите правильные ответы и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответов

Вероятность наступления некоторого события не может быть равна:

1	1,5
2	2
3	0,6
4	0

№ 11 Прочитайте текст, выберите правильные ответы и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответов

Какие из приведённых формул являются формулой Байеса:

1	$P(H_k A) = \frac{P(H_k) * P(A H_k)}{\sum_{i=1}^n P(H_i) * P(A H_i)}$
2	$P(H_k A) = \frac{P(H_k) * P(A H_k)}{P(A)}$
3	$P(H_k A) = \frac{P(H_k) * P(H_k A)}{\sum_{i=1}^n P(H_i) * P(H_i A)}$
4	$P(H_k A) = \frac{\sum_{i=1}^n P(H_i) * P(A H_i)}{P(H_k) * P(A H_k)}$

№ 12 Прочитайте текст, выберите правильные ответы и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответов

Основной гипотезой является $H_0: p = \frac{1}{3}$. Определить, какие из предложенных гипотез не могут являться альтернативной гипотезой.

1	$p > \frac{1}{3}$
2	$p \geq \frac{1}{3}$
3	$p \leq \frac{1}{3}$
4	$p < \frac{1}{2}$

ОПК.Д-1 - Способен анализировать задачи профессиональной деятельности на основе положений, законов и методов в области естественных наук и математики

№ 1 Прочитайте текст и установите соответствие

Дискретная случайная величина ξ задана рядом распределения

ξ	2	3	5
p	0,1	0,4	0,5

Установить соответствие между числовыми характеристиками

А. $M(\xi)$,

Б. $D(\xi)$,

В. $\sigma(\xi)$

и их числовыми значениями в пунктах 1 – 4

1. 15,21;

2. 1,29;

3. 1,14;

4. 3,9

№ 2 Прочитайте текст и установите последовательность

Подставьте правильные значения:

Вероятность того, что студент сдаст первый экзамен, равна 0,9; второй — 0,9; третий — 0,8. Найти вероятность того, что студентом будут сданы:

$P\{A \text{ — только второй экзамен}\} =$ _____;

$P\{B \text{ — только один экзамен}\} =$ _____;

$P\{B \text{ — три экзамена}\} =$ _____;

$P\{Г \text{ — по крайней мере два экзамена}\} =$ _____;

$P\{Д \text{ — хотя бы один экзамен}\} =$ _____.

1 — 0,998

2 — 0,954

3 — 0,648

4 — 0,044

5 — 0,018

№ 3 Прочитайте текст и установите последовательность

Расставьте правильно формулы для неравенств:

Первое неравенство Чебышёва: _____

Второе неравенство Чебышёва: _____

Неравенство Буля: _____

А:

$$A_1, A_2, \dots, A_n - \text{события. } P(\cup_{i=1}^n A_i) \leq \sum_{i=1}^n A_i$$

Б:

X – случайная величина с конечной дисперсией.

$$P(|X - MX| \geq a) \leq \frac{DX}{a^2} \quad \forall a > 0$$

В:

$X \geq 0$ – неотрицательная случайная величина с конечным математическим ожиданием.

$$P(X \geq a) \leq \frac{MX}{a} \quad \forall a > 0$$

№ 4 Прочитайте текст, выберите правильный ответ и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа

Если случайные события A и B несовместные, то какое из утверждений будет верным?	
1	$P(AB) = 1$
2	$P(A + B) = 0$
3	$P(AB) = 0$
4	$P(AB) = 1$

№ 5 Прочитайте текст, выберите правильный ответ и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа

Если непрерывная случайная величина ξ распределена равномерно на отрезке $[3; 5]$, то ее математическое ожидание $M(\xi)$ и дисперсия $D(\xi)$ соответственно равны

1	$M(\xi) = 2; D(\xi) = \frac{1}{3}$
2	$M(\xi) = 4; D(\xi) = \frac{1}{3}$
3	$M(\xi) = \frac{1}{2}; D(\xi) = 1$
4	$M(\xi) = 2; D(\xi) = \frac{1}{2}$

№ 6 Прочитайте текст, выберите правильный ответ и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа

Найдите неизвестную вероятность для закона распределения дискретной случайной величины

ξ	0	1	2
p	1/3	1/4	?

Укажите правильный ответ:

1	$\frac{1}{3}$
2	$\frac{7}{12}$
3	$\frac{1}{12}$
4	$\frac{5}{12}$

№ 7 Прочитайте текст, выберите правильные ответы и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответов

Какие из следующих событий являются достоверными:

1. А — наугад выбранное двузначное число меньше 100.
2. В — появление не более 24 очков при бросании четырех игральных костей.
3. С — два попадания при трех выстрелах

№ 8 Прочитайте текст, выберите правильные ответы и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответов

A_1, A_2, \dots, A_n — независимые события. Выберите совокупности независимых событий

1	$A_1, A_2, A_3, A_4, \dots, A_n$
2	$A_1 \cap A_2, A_1 \cap A_3, A_1 \cap A_4, \dots, A_1 \cap A_n$
3	$A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, \dots, A_{2n}$
4	$A_1 \cap A_2, A_1 \cap A_3, A_1 \cap A_4, \dots, A_1 \cap A_{2n}$

№ 9 Прочитайте текст, выберите правильные ответы и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответов
Какие из записанных числовых характеристик вычисляются с использованием центральных моментов:

- 1 Математическое ожидание
- 2 Дисперсия
- 3 Асимметрия
- 4 Эксцесс

№ 10 Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ

Баскетболист делает 50 бросков по кольцу. Вероятность попадания в кольцо при одном броске постоянна и равна 0.7. Чему равно математическое ожидание числа попаданий?

№ 11 Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ

Если функция распределения случайной величины ξ $F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ x^2, & 0 \leq x \leq 1 \\ 1, & x > 1 \end{cases}$, то чему равно математическое ожидание $M(\xi)$?

№ 12 Прочитайте текст и установите соответствие

Установить соответствие между функцией вероятности и названием распределения:

$$p(x) = \frac{\lambda^x * e^{-\lambda}}{x!}$$

А)

$$p(x) = q^x * p$$

Б)

$$p(x) = C_n^x * p^x * q^{n-x}$$

В)

1. Биномиальное распределение:
2. Распределение Пуассона:
3. Геометрическое распределение:
4. Дискретно-равномерное распределение

ОПК.Д-2 - Способен формулировать задачи профессиональной деятельности на основе знаний, профильных разделов математических и естественнонаучных дисциплин (модулей)

№ 1 Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ

Ошибка (1)_____ рода при статистической проверке статистических гипотез состоит в том, что будет отвергнута (2)_____ нулевая гипотеза, а ошибка (3)_____ рода состоит в том, что будет принята (4)_____ нулевая гипотеза.

№ 2 Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ

Законом распределения случайной X величины называется всякое соотношение, устанавливающее связь между всевозможными значениями случайной величины X и соответствующими _____.

№ 3 Прочитайте текст и установите соответствие

В результате четырех измерений некоторой физической величины одним прибором (без систематических ошибок) получены следующие результаты: 8, 9, 11, 12. Установить соответствие между числовыми характеристиками и их числовыми значениями в пунктах 1-4.

А. \bar{X}_B

Б. $D_{0.95}$

В. S^2

1. $\frac{1}{10}$
2. $\frac{10}{3}$
3. 10
4. 2,5

№ 4 Прочитайте текст и установите соответствие

Непрерывная случайная величина распределена равномерно в интервале (2;8).
 $f(x) = 0$ при $x \notin (2;8)$.

А. $M(X)$

Б. $D(X)$

В. σ

1. $\sqrt[3]{2}$

2. 3

3. $\sqrt[3]{3}$

4. 5

№ 5 Прочитайте текст и установите последовательность

Расставьте правильно пропущенные слова:

Функция распределения F(x) любой случайной величины:

1. Является _____ функцией своего аргумента.
2. В _____ F(x) может иметь скачки.
3. $F(+\infty) =$
4. $F(-\infty) =$

А. отдельных точках

Б. 0

В. неубывающей

Г. 1

- № 6 Прочитайте текст и установите последовательность
Расставьте правильные значения в утверждения

Математическое ожидание и дисперсия случайной величины равны $M(X)=20$ и $D(X)=4$ соответственно.

1. Математическое ожидание квадрата соответствующей центрированной случайной величины равно ____.
2. Разность математических ожиданий случайной величины и квадрата математического ожидания случайной величины равна ____.
3. Среднеквадратическое отклонение соответствующей случайной величины равно ____.
4. Функция распределения $F(x)$ не может быть больше, чем ____.

А. 1

Б. 2

В. 4

- № 7 Прочитайте текст, выберите правильный ответ и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа

Дискретная случайная величина X принимает три возможных значения $x_1=4$ с вероятностью $p_1=0,5$, $x_2=6$ с вероятностью $p_2=0,3$ и x_3 с вероятностью p_3 . Выберите верные значения x_3 и p_3 , если математическое ожидание случайной величины X $M(X)=8$.

1. $x_3=210$, $p_3=0,2$
2. $x_3=21$, $p_3=0,2$
3. $x_3=21$, $p_3=2$
4. $x_3=21$, $p_3=0,1$

- № 8 Прочитайте текст, выберите правильный ответ и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа

Выберите доверительный интервал для оценки с надежностью 0,95 неизвестного математического ожидания нормально распределенного признака X генеральной совокупности, при условии, что выборочное среднее $\bar{X}_B = 14$ и точностью оценки математического ожидания по выборочной средней $\delta = 1,96$.

1. $(12,04 \div 15,96)$
2. $(14 \div 15,96)$
3. $(13,05 \div 14,95)$
4. $(0,95 \div 0,97)$

- № 9 Прочитайте текст, выберите правильный ответ и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа

Известны математические ожидания случайной величины и ее квадрата: $M(X)=2,3$; $M(X^2)=5,9$. Найдите дисперсию.

1. 3,6
2. 0,3
3. 0,61
4. 2,3

- № 10 Прочитайте текст, выберите правильные ответы и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответов

Какие из следующих рядов распределений случайных величин X и Y являются достоверными, если матрица распределения системы случайных величин (X, Y) имеет вид:

	$x_1=2$	$x_2=5$	$x_3=8$
$y_1=0,4$	0,15	0,30	0,35
$y_2=0,8$	0,05	0,12	0,03

1.

X	2	5	8
P	0,20	0,42	0,38

2.

X	2	5	8
P	0,20	0,30	0,50

3.

Y	2	5	8
P	0,15	0,30	0,35

4.

Y	0,4	0,8
P	0,80	0,20

№ 11 Прочитайте текст, выберите правильные ответы и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответов

Наблюдаемые варианты признака X : $x_1=2$, $x_2=5$, $x_3=7$. Известно, что $W_1=0,1$; $W_2=0,3$. Какие значения для W_3 недопустимы?

1. 0,6
2. 0,5
3. 0,7
4. 0,8

№ 12 Прочитайте текст, выберите правильные ответы и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответов

Непрерывная случайная величина задана плотностью распределения $f(x)=2x$ в интервале $(0; 1)$, вне этого интервала $f(x)=0$. Какие значения не могут быть MX ?

1. $\frac{2}{3}$
2. $\frac{1}{3}$
3. 0
4. $\frac{4}{3}$