

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Балтийский государственный технический университет
«ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова»
(БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова)

УТВЕРЖДЕНО

И.о. ректора, председатель
приемной комиссии

А.Е. Шашурин

подпись *А.В. Суслин*
ПО ДСС-ТИ №15
ОТ 17.02.2025



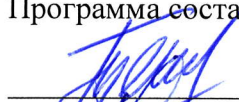
**ПРОГРАММА
КАНДИДАТСКОГО ЭКЗАМЕНА ПО НАУЧНОЙ СПЕЦИАЛЬНОСТИ**

1.2.2 «Математическое моделирование, численные методы
и комплексы программ»

Санкт-Петербург
2024 г.

Программа кандидатского экзамена по специальности «1.2.2 «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ»» составлена в соответствии с паспортом научной специальности 1.2. «Компьютерные науки и информатика», Федеральными государственными требованиями к структуре программ подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре, условиям их реализации, срокам освоения этих программ с учетом различных форм обучения, образовательных технологий и особенностей отдельных категорий аспирантов, утвержденными приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 20 октября 2021 г. № 951.

Программа составлена:

 Тетерина И.В., к.т.н., доцент

 Брыков Н.А., к.т.н., доцент

Программа обсуждена и одобрена на заседании кафедры

А9 «Плазмогазодинамика и теплотехника», протокол № 6 от 30.08.24

1. Планируемые результаты сдачи кандидатского экзамена

Государственный экзамен представляет собой кандидатский экзамен по специальности научных исследований и сдается по программе специальности «1.2.2 «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ»».

Цель экзамена – установить глубину профессиональных знаний соискателя ученой степени, уровень подготовленности к самостоятельной научно-исследовательской работе.

2. Организация и прием кандидатского экзамена

2.1. Оценочные средства экзамена

Для рубежной аттестации обучающихся образован фонд оценочных средств в виде вопросов на экзамен.

Вопросы, выносимые на экзамен:

Раздел 1. Математические основы.

Тема 1. Интерполяционные многочлены Лагранжа и Ньютона. Погрешность приближения функции её интерполяционным многочленом.

Понятие интерполяции и виды интерполяций (линейная, квадратичная, кубическая и др.). Полиномиальная интерполяция и свойства интерполяционных многочленов. Общая задача интерполяции, существование и единственность решения. Определение и вывод формулы интерполяционного многочлена Лагранжа. Базисные полиномы Лагранжа, их свойства и смысл. Анализ вычислительной эффективности и недостатков метода Лагранжа. Определение и вывод формулы интерполяционного многочлена Ньютона. Вычисление разделенных разностей различных порядков. Рекуррентная схема построения многочлена Ньютона. Преимущества и недостатки метода Ньютона перед методом Лагранжа. Оценка погрешности: Остаточные члены (формулы ошибок) для методов Лагранжа и Ньютона. Теорема Тейлора и оценка погрешности интерполяции. Явление Рунге, причины возникновения и пути минимизации эффекта. Критерии выбора количества узлов и способа их размещения. Алгоритмы и программы для численного построения интерполяционных многочленов. Применение интерполяции в численном интегрировании и дифференцировании. Методы улучшения точности интерполяции: кусочно-полиномиальные сплайны, рациональная интерполяция.

Тема 2. Квадратурные формулы прямоугольников, трапеций и Симпсона. Их точность.

Основы численного интегрирования. Постановка задачи численного интегрирования. Понятия и свойства квадратурных формул. Классические подходы к численному интегрированию: составные и несоставные квадратурные формулы.

Тема 3. Метод прямоугольников.

Определение и обоснование метода левых/правых/средних прямоугольников. Геометрический смысл метода прямоугольников. Оценка абсолютной и относительной погрешности для каждого вида метода прямоугольников. Составная формула прямоугольников и её применение.

Тема 4. Метод трапеций.

Определение и геометрическое представление метода трапеций. Оценка погрешности квадратурной формулы трапеций. Получение общей формулы состава (или составной формулы) трапеций. Особенности применения метода трапеций для гладких функций.

Тема 5. Метод Симпсона.

Идея и обоснование метода параболической интерполяции. Вывод формулы Симпсона. Анализ погрешности метода Симпсона. Применимость метода Симпсона для чётного и нечётного числа отрезков.

Тема 6. Темы, связанные с точностью методов.

Порядок точности и понятие порядка погрешности. Степень точности квадратурных формул. Поведение погрешности при увеличении числа интервалов. Адаптация шага интегрирования для повышения точности.

Тема 7. Специальные случаи и обобщения.

Использование весовых функций и адаптивных схем интегрирования. Интеграция периодических функций и специальные правила интегрирования. Численное интегрирование особых интегралов (интегралов с особенностями, типа слабопреодолеваемых).

Тема 8. Решение систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ)

Прямые методы решения СЛАУ. Постановка задачи нахождения решений СЛАУ. Метод Крамера: теоремы существования и единственности решения, правило Крамера. Метод Гаусса (метод исключения неизвестных): последовательное исключение переменных, обратная подстановка, приведение матрицы к треугольному виду. Итерационные методы решения СЛАУ. Один шаг итерационного процесса, условия сходимости. Метод Якоби: пошаговая процедура, достаточные условия сходимости. Метод Зейделя: модификация метода Якоби, улучшение скорости сходимости.

Тема 9. Численные методы решения нелинейных уравнений.

Методы решения трансцендентных уравнений. Одномерные трансцендентные уравнения, постановка задачи. Метод половинного деления (бисекции): принцип работы, достаточное условие сходимости. Метод Ньютона (касательных): идея метода, порядок сходимости, достаточные условия применимости. Метод простых итераций: общий вид, необходимые и достаточные условия сходимости. Метод секущих: отличие от метода Ньютона, порядок сходимости.

Тема 10. Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ)

Численные методы решения ОДУ. Задача Коши для нормального ОДУ. Явный метод Эйлера: формула, геометрический смысл, оценка погрешности. Методы Рунге-Кутты: семейство методов, наиболее распространённый вариант четвёртого порядка. Неявные методы: общие принципы, устойчивость. Линейные системы ОДУ: структура общего решения, роль начальных условий. Дифференциальные уравнения высших порядков: сведение к системе первых порядков.

Тема 11. Анализ устойчивости решений ОДУ.

Типы устойчивости решений нормальных систем ОДУ. Признаки устойчивости линейных систем с постоянными коэффициентами. Проблема устойчивости тривиального решения (нулевого решения).

Тема 12. Краевые задачи для ОДУ.

Постановка краевых задач, типы граничных условий. Корректность постановки задачи, различия между корректностью и некорректностью. Метод стрельбы: идея метода,

достоинства и ограничения. Решения краевых задач методом разделения переменных (Фурье).

Тема 13. Разностные методы решения уравнений в частных производных (УРЧП)

Численные методы решения уравнений в частных производных. Аппроксимация дифференциальных операторов, построение разностных схем. Разностные схемы для уравнений теплопроводности (параболического типа), перенос вещества (гиперболического типа). Концепции аппроксимации, устойчивости и сходимости разностных схем. Спектральные признаки устойчивости разностных схем, критерии Куранта-Фридрихса-Леви. Постановка задачи Дирихле для уравнения Пуассона, конечно-разностные схемы.

Раздел 2. Математическая физика.

Тема 1. Методы математического моделирования течений газа.

Теория подобия и размерности. Физические основы моделей течения газов. Триада моделирования (математическая модель, вычислительный алгоритм, верификация результатов). Выбор начальных условий и граничных условий.

Тема 2. Интегральная форма уравнений газодинамики для подвижного объема.

Контрольный объем в движении. Преобразования уравнений в подвижной системе отсчета. Сохранение массы, импульса и энергии для мобильного объема. Общий закон сохранения и принцип изменения физической величины внутри объема.

Тема 3. Интегральная форма уравнений газодинамики для фиксированного объема.

Уравнения сохранения для фиксированных объемов. Изучение поведения сред в неподвижных областях пространства. Получение интегралов закона сохранения массы, импульса и энергии.

Тема 4. Интегральная форма уравнений газодинамики для перемещающегося объема.

Движение контрольного объема совместно с течением потока. Учет относительного перемещения границ контрольного объема относительно абсолютной системы координат. Определение особенностей учета массовых сил и поверхностных напряжений.

Тема 5. Метод Лагранжа и метод Эйлера описания сплошной среды.

Метод Лагранжа (субстанциональный подход): движение частиц вещества. Метод Эйлера (локальный подход): изменение свойств среды в пространстве-времени. Преимущества и недостатки каждого подхода.

Тема 6. Дифференциальная форма уравнений газодинамики.

Перевод интегральных уравнений в дифференциальные формулы. Понимание разницы между физическими и консервативными переменными. Представление уравнений Навье—Стокса и Эйлера в дифференциальной форме.

Тема 7. Волновые решения и гиперболические системы.

Гиперболические уравнения, характеристики, волны разрыва. Простейшие волновые процессы в среде: распространение возмущений, ударные волны. Характеристическая форма записи уравнений и связь с характеристиками гиперболических систем.

Тема 8. Законы сохранения для материального объема и балансовые соотношения.

Баланс массы, количества движения и энергии. Материалы и ограничения материальных тел в рамках равновесных состояний. Связь балансового подхода с общей теорией термодинамических систем.

Тема 9. Основные уравнения математической физики.

Эллиптические уравнения (например, уравнение Лапласа и Пуассона). Параболические уравнения (нестационарное уравнение теплопроводности). Гиперболические уравнения (волновое уравнение).

Тема 10. Типы уравнений с частными производными и краевые задачи.

Классификация уравнений по видам: эллиптические, параболические, гиперболические. Постановка начально-краевых задач для уравнений разных видов. Устойчивость решений и метод приближённого нахождения стационарных решений («установления»).

Тема 11. Разностные схемы для уравнения теплопроводности.

Явные и неявные разностные схемы для одномерного уравнения теплопроводности. Оценка точности и устойчивости численных методов (условие Куранта-Фридрихса-Леви).

Тема 12. Разностные схемы для уравнения переноса.

Построение разностных аналогов уравнения переноса веществ (конвективный перенос). Исследование устойчивых и неустойчивых подходов для вычислений. Примеры практического применения явных и неявных схем.

Раздел 3. Методы математического моделирования.

Тема 1. Общие сведения и базовые понятия.

Основные понятия теории разностных схем. Определение разностных операторов, классификации схем (явные/неявные, двухслойные/трехслойные). Простейшие разностные операторы. Операторы первой и второй производных, их аппроксимирующие свойства. Признак фон Неймана устойчивости по начальным данным. Условия устойчивости разностных схем для задачи Коши.

Тема 2. Классификация и особенности разностных схем

Виды разностных схем. Явные и неявные схемы, двухслойные и трёхслойные схемы. Расчётные сетки. Регулярные и нерегулярные сетки, структурированные и неструктурированные сетки. Методы построения сеток. Метод пространственной декомпозиции, метод продвигаемого фронта, метод триангуляции Делоне.

Тема 3. Численные методы решения дифференциальных уравнений.

Метод конечных разностей. Основные принципы и способы построения разностных схем. Метод контрольного объёма. Общая идея и преимущества перед методом конечных разностей. Параболические задачи и теплопередача. Решение задач теплопередачи, включая применение метода прогонки. Аппроксимация дифференциальных операторов. Центральные, обратные и прямые разностные формулы, оценка порядка аппроксимации.

Тема 4. Исследование свойств разностных схем.

Первое дифференциальное приближение. Способ исследования свойств разностных схем. Свойства решений дифференциальных уравнений. Волновые решения, диффузионные эффекты, дисперсионные явления.

Тема 5. Применение конкретных разностных схем.

Противопоточные схемы и схема Лакса. Особенности и области применения каждой из схем. Метод Лакса-Вендроффа и другие продвинутое схемы Двухшаговая версия, метод Мак-Кормака. Постановка граничных условий. Требования к постановке граничных условий для гиперболических задач.

Тема 6. Решение специальных задач.

Задача о квазиодномерном течении в сопле. Практическое использование методов постановки граничных условий. Связь разностных и дифференциальных операторов. Соответствие и различия между ними.

Тема 7. Нелинейные задачи теплопроводности.

Моделирование фазового перехода (задачи Стефанэ). Метод захвата фронта фазового перехода. Нелинейная задача теплопроводности с зависимыми коэффициентами. Аппроксимация коэффициентов, зависящих от температуры. Теплопроводность с нелинейными граничными условиями. Учёт радиационного теплообмена на границах.

Тема 8. Решения разрывных задач.

Задача Римана (распад произвольного разрыва). Алгоритм расчёта взаимодействия потоков на разрыве. Имитация начальных участков сверхзвуковых струй. Маршевый метод расчета взаимодействующих сверхзвуковых потоков.

Тема 9. Современные численные методы.

Метод Годунова и линеаризация задач. Линеаризованные схемы распада разрыва, потоки по методу Роу. Вычисление потоков различными методами. Потоки по методам Стегера-Уорминга, Ван Лира, Лиу-Стеффана.

Тема 10. Высокоточные разностные схемы.

Немонотонные и монотонные разностные схемы. Рассмотрение TVD и ENO схем. TVD и ENO схемы. Особые случаи схем, такие как схемы ограничителей полных вариаций.

Примерный перечень вопросов для сдачи кандидатского экзамена:

Раздел 1 Математические основы

1. Интерполяционные многочлены Лагранжа и Ньютона. Погрешность приближения функции её интерполяционным многочленом.
2. Квадратурные формулы прямоугольников, трапеций и Симпсона. Их точность.
3. Прямые метода решения СЛАУ. Метод Крамера. Метод Гаусса.
4. Одношаговые итерационные методы решения СЛАУ. Методы Якоби и Зейделя.
5. Методы решения трансцендентных уравнений: метод бисекций. Методы решения трансцендентных уравнений: метод Ньютона.
6. Методы решения трансцендентных уравнений: простой итерации. Методы решения трансцендентных уравнений: метод секущих.
7. Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Явный метод Эйлера. Явные методы Рунге-Кутты.
8. Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Явный и неявный метод Адамса.
9. Нормальная система ОДУ, задача Коши.
10. Нормальная система линейных ОДУ. Метод вариации постоянных. Линейное дифференциальное уравнение n -го порядка.
11. Структура решения линейной однородной системы ОДУ с постоянными коэффициентами. Линейное дифференциальное уравнение n -го порядка с постоянными коэффициентами.
12. Приближенные методы решения задачи Коши для ОДУ.
13. Понятие устойчивости решения нормальной системы ОДУ. Устойчивость тривиального решения линейной однородной системы ОДУ с постоянными коэффициентами.
14. Постановка краевой задачи для ОДУ. Метод стрельбы.
15. Постановка краевых задач и задачи Коши для уравнения параболического типа. Корректно и некорректно поставленные задачи.
16. Решение краевых задач для уравнений гиперболического и параболического типов методом Фурье.
17. Свойство аппроксимации разностной схемы. Сходимость разностной схемы. Устойчивость разностной схемы. Зависимость между аппроксимацией, устойчивостью и сходимостью.
18. Устойчивость разностных схем. Спектральный признак устойчивости. Устойчивость разностных схем для уравнения диффузии.
19. Устойчивость разностных схем. Устойчивость разностных схем для уравнения переноса. Условие устойчивости Куранта – Фридрихса – Леви.
20. Разностная схема решения задачи Дирихле для уравнения Пуассона в прямоугольнике.

Раздел 2 Математическая физика

1. Математическое моделирование течений газа. Методика математического моделирования. Триада моделирования.
2. Интегральная форма уравнений газодинамики для подвижного объема. Форма обобщенного закона сохранения.
3. Интегральная форма уравнений газодинамики для фиксированного объема. Форма обобщенного закона сохранения.
4. Интегральная форма уравнений газодинамики для перемещающегося объема. Форма обобщенного закона сохранения.
5. Субстанциональный и локальный подходы (метод Лагранжа и метод Эйлера) к описанию сплошной среды.

6. Дифференциальная форма уравнений газодинамики. Консервативные и физические переменные.

7. Волновые решения и гиперболические системы. Характеристическая форма гиперболической системы.

8. Законы сохранения для материального объема и балансовые соотношения.

9. Основные уравнения математической физики. Уравнение Лапласа (Пуассона), уравнение нестационарной теплопроводности, волновое уравнение.

10. Характеристический анализ дифференциального уравнения с частными производными второго порядка. Типы уравнений. Постановка краевых задач для уравнений различного типа. Понятие о методе установления при решении стационарной краевой задачи.

11. Разностные схемы (явная и неявная) для одномерного линейного уравнения теплопроводности.

12. Разностные схемы (явные и неявные) для одномерного линейного уравнения переноса.

Раздел 3 Методы математического моделирования

1. Основные понятия теории разностных схем. Простейшие разностные операторы. Явные схемы, неявные схемы, двухслойные схемы, трехслойные схемы.

2. Необходимое условие устойчивости по начальным данным задачи Коши для двухслойных эволюционных разностных схем (признак фон Неймана).

3. Явные и неявные разностные схемы. Решение краевых задач методом прогонки.

4. Расчетные сетки: структуры, типы, основные свойства. Критерии качества расчетных сеток.

5. Криволинейные координаты и криволинейные сетки. Неструктурированные сетки. Структуры данных для представления сетки.

6. Методы построения неструктурированных сеток: метод пространственной декомпозиции.

7. Методы построения неструктурированных сеток: метод продвигаемого фронта.

8. Методы построения неструктурированных сеток: метод триангуляции Делоне.

9. Метод конечных разностей. Основные подходы численного решения дифференциальных уравнений, заложенные в методе. Метод построения разностных схем.

10. Метод контрольного объёма. Основные подходы численного решения дифференциальных уравнений, заложенные в методе. Метод построения разностных схем.

11. Численное решение задач параболического типа. Разностные схемы для уравнения теплопроводности. Метод прогонки.

12. Разностная аппроксимация простейших дифференциальных операторов (первая и вторая производная, порядок аппроксимации, формулы дифференцирования назад, вперед и центральные) Производные на трехточечном шаблоне.

13. Первое дифференциальное приближение. Исследование свойств разностных схем на основе первого дифференциального приближения.

14. Свойства решений простейших дифференциальных уравнений в частных производных. Волновые решения. Диффузия. Диссипация. Дисперсия.

15. Дифференциальное приближение разностной схемы. Противопоточная разностная схема. Схема Лакса.

16. Метод Лакса – Вендроффа. Двухшаговый метод Лакса – Вендроффа. Метод МакКормака.
17. Граничные условия для гиперболических задач. Характеристическая форма граничных условий. Типы граничных условий. Фиктивные ячейки.
18. Выставление граничных условий в задаче о квазиодномерном течении в сопле.
19. Связь разностного и дифференциального операторов.
20. Первое дифференциальное приближение. Исследование свойств разностных схем на основе первого дифференциального приближения.
21. Нелинейная задача теплопроводности. Задача Стефана. Моделирование задач с фазовым переходом. Метод ловли в пространственный узел ячейки.
22. Нелинейная задача теплопроводности. Разностные схемы (явная и неявная) для уравнения теплопроводности с коэффициентами, зависящими от температуры.
23. Нелинейная задача теплопроводности. Разностные схемы для уравнения теплопроводности с нелинейными граничными условиями (излучение на границе).
24. Задача о распаде произвольного разрыва (задача Римана). Вычисление потоков на основе задачи о распаде разрыва.
25. Имитационное моделирование начального участка сверхзвуковой струи. Основные положения маршевого метода расчета. Решение задачи о взаимодействии двух стационарных сверхзвуковых потоков.
26. Метод Годунова. Линеаризованные схемы распада разрыва. Нахождение потоков по методу Роу.
27. Нахождение потоков по методу Стегера-Уорминга. Нахождение потоков по методу ван Лира. Нахождение потоков по методу Лиу-Стеффана.
28. Разностные схемы повышенного порядка точности. Немонотонные разностные схемы. Разностная схема Лакса-Вендроффа.
29. Квазимонотонные разностные TVD-схемы. Монотонность решения. Полная вариация. Схемы ограниченной полной вариации.
30. TVD схемы. Схема ван Лира. Схема Чакраварти-Ошера.
31. Квазимонотонные разностные ENO-схемы. Одномерная ENO реконструкция и аппроксимация.

3. Учебно-методическое и информационное обеспечение кандидатского экзамена по научной специальности «1.2.2 «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ».

3.1 Основная литература:

1. Пименов В.Г. Численные методы : в 2 ч. / В.Г. Пименов, А.Б. Ложников; [науч. ред. Ю. А. Меленцова]; М-во образования и науки Рос. Федерации, Урал, федер. ун-т. - Екатеринбург: Изд-во Урал, ун-та, 2014. ISBN 978-5-7996-1015-9, ISBN 978-5-7996-1342-6 (часть 2).
2. Богомолов Е.Н. Численные методы гидрогазодинамики: Учебное пособие. – Рыбинск: РГАТА имени П. А. Соловьёва, 2010. – 92 с.
3. Пирумов У.Г. Численные методы: учебное пособие. – М.: МАИ. 1998. – 188 с.
4. Амосов А.А., Дубинский Ю.А., Копченова Н.В. Вычислительные методы для инженеров: Учебное пособие. – 2-е изд., доп. – М.: Издательство МЭИ, 2003. – 596 с.

5. Многосеточные методы в задачах вычислительной гидродинамики: учебное пособие / А.С. Козелков [и др.]; Нижегород. гос. техн. ун-т им. Р.Е. Алексеева. – Нижний Новгород, 2022. – 214 с.
6. Самарский А.А., Вабищевич П.Н. Вычислительная теплопроводность. – М. Едиториал УРСС, 2003. – 784 с.
7. Пантакар С.В. Численное решение задач теплопроводности и конвективного теплообмена при течении в каналах: Пер. с англ. Е.В. Калабина; под ред. Г.Г. Янькова. - М.: Издательство МЭИ, 2003. – 312 с.
8. Шапорев С.Д. Методы вычислительной математики и их приложения. – СПб.: СМИО Пресс, – 2003. – 232 с.
9. Емельянов В.Н. Численные методы: введение в теорию разностных схем. Москва: Юрайт, 2020.
10. Волков К.Н., Емельянов В.Н. Вычислительные технологии в задачах механики жидкости и газа. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2012.
11. Волков К.Н., Емельянов В.Н., Тетерина И.З. Газовые течения в соплах энергоустановок. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2017.
12. Волков К.Н., Дерюгин Ю.Н., Емельянов В.Н. Разностные схемы в задачах газовой динамики на неструктурированных сетках. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2014.
13. Молчанов А.М. Математическое моделирование задач газодинамики и тепломассообмена. - М.: Изд-во МАИ, 2013. – 208 с.
14. Миньков Л.Л., Шрагер Э.Р. Основные подходы к численному решению одномерных уравнений газовой динамики : учеб. пособие. – Томск: СТТ, 2016. – 136 с.
15. Петров И.Б. Лекции по вычислительной математике: учебное пособие / И.Б. Петров, А.И. Лобанов. - М.: Интернет-Университет Информационных Технологий; БИНОМ. Лаборатория знаний, 2006. – 523 с

3.2 Дополнительная литература:

1. Волков К.Н., В.Н. Емельянов. Моделирование крупных вихрей в расчётах турбулентных течений. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003.
2. Волков К.Н., Емельянов В.Н., Зазимко В.А. Турбулентные струи – статистические модели и моделирование крупных вихрей. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2013.
3. Численное решение многомерных задач газовой динамики. С.К. Годунов, А.В. Забродин, М.Я. Иванов, А.Н. Крайко, Г.П. Прокопов. Главная редакция физико-математической литературы изд-ва «Наука», М., 1976 – 400 с.
4. Флетчер К. Вычислительные методы в динамике жидкостей: В 2-х томах: Т. 1: Пер. с англ. – М.: Мир, 1991. – 504 с.
5. Флетчер К. Вычислительные методы в динамике жидкостей: В 2-х томах: Т. 2: Пер. с англ. – М.: Мир, 1991. – 552 с.
6. Оран Э., Борис Дж. Численное моделирование реагирующих потоков: пер. с англ. – М.: Мир, 1990. – 660 с.
7. Роуч П. Вычислительная гидродинамика: пер. с англ. – В.А. Гущина, В.Я. Митницкий. – М.: Мир, 1980. – 616 с.

3.3 Электронные (образовательные, информационные, справочные, нормативные и т.п.) ресурсы:

1. <https://urait.ru> – Образовательная платформа «Юрайт». Для вузов и сузов;
2. <https://e.lanbook.com> – ЭБС Лань;
3. <http://library.voenmeh.ru/jirbis2> – Библиотечно-издательский центр БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова.

