

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета

_____ Матвеев П.В.

« ____ » _____ 20__

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ ВАРИАЦИОННОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ

Направление/специальность подготовки	24.05.06 Системы управления летательными аппаратами
Специализация/профиль/программа подготовки	Математическое и программное обеспечение систем управления
Уровень высшего образования	Специалитет
Форма обучения	Очная
Факультет	И Информационных и управляющих систем
Выпускающая кафедра	И9 СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ И КОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ
Кафедра-разработчик рабочей программы	О6 ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА

КУРС	СЕМЕСТР	ОБЩАЯ ТРУДОЁМКОСТЬ (ЗАЧЕТНЫХ ЕДИНИЦ)	ЧАСЫ (по наличию видов занятий)									ВИД ПРОМЕЖУТОЧНОГО КОНТРОЛЯ
			ОБЩАЯ ТРУДОЁМКОСТЬ	АУДИТОРНЫЕ ЗАНЯТИЯ				САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА				
				ВСЕГО	ЛЕКЦИИ	ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ	ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ	ВСЕГО	КУРСОВОЙ ПРОЕКТ	КУРСОВАЯ РАБОТА	ДРУГИЕ ВИДЫ САМОСТ. РАБОТЫ	
3	6	3	108	34	17	0	17	74	0	0	74	зач.

ЛИСТ СОГЛАСОВАНИЯ

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА СОСТАВЛЕНА В СООТВЕТСТВИИ С ТРЕБОВАНИЯМИ ФЕДЕРАЛЬНОГО
ГОСУДАРСТВЕННОГО ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО СТАНДАРТА ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ (ФГОС ВО)

24.05.06 Системы управления летательными аппаратами

год набора группы: 2025

Программу составили:

Кафедра О6 ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА
Белкова Анастасия Леонидовна, к.ф.-м.н., доцент

Кафедра О6 ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА
Чернусь Павел Павлович, к.т.н., доцент, доцент

Программа рассмотрена
на заседании кафедры-разработчика
рабочей программы **О6 ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА**

Заведующий кафедрой Винник П.М., д.т.н., доц.

Программа рассмотрена
на заседании выпускающей кафедры

И9 СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ И КОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Заведующий кафедрой Сырцев А.Н., д.воен.н., снс

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ ВАРИАЦИОННОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ

Разделы рабочей программы

1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ
2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП ВО
3. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ
4. ФОРМЫ КОНТРОЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ
5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ
6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Приложения к рабочей программе дисциплины

- Приложение 1. Аннотация рабочей программы
- Приложение 2. Технологии и формы обучения
- Приложение 3. Фонды оценочных средств

1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ОПК-1 — Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования для решения инженерных задач профессиональной деятельности

Формированию компетенций служит достижение следующих результатов образования:

ОПК-1

знания:

1. основные задачи вариационного исчисления;
2. основные методы решения задач;

умения:

1. способность к критическому анализу и оценке поставленных задач, генерированию новых идей при решении;
2. правильно определять модель применяемой классической задачи в зависимости от формулировки исходной задачи;
3. критически анализировать параметры построенных моделей и их результаты;
4. способность планировать и решать задачи собственного профессионального и личностного развития; исследовательские и практические задачи, в том числе в междисциплинарных областях;

навыки:

1. проектировать и осуществлять комплексные исследования на основе целостного системного научного подхода;
2. разработки новых методов исследования и их применения в самостоятельной научно-исследовательской деятельности в области профессиональной деятельности.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП ВО

Дисциплина **ВАРИАЦИОННОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ** является дисциплиной **обязательной части блока 1** программы подготовки по направлению *24.05.06 Системы управления летательными аппаратами*.

Содержание дисциплины является логическим продолжением дисциплин: **ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА, ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА, СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ**.

Содержание дисциплины является основой для освоения дисциплин: **МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ, НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКАЯ РАБОТА, ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ, ОСНОВЫ НАВЕДЕНИЯ РАКЕТ И СПЕЦИАЛЬНЫХ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ, СОВРЕМЕННАЯ ТЕОРИЯ УПРАВЛЕНИЯ, УПРАВЛЕНИЕ БЕСПИЛОТНЫМИ ЛЕТАТЕЛЬНЫМИ АППАРАТАМИ**.

Предварительные компетенции, сформированные у обучающегося до начала изучения дисциплины:

- ОПК-1 — Способен применять естественнонаучные и общинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования для решения инженерных задач профессиональной деятельности

3. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 з.е., 108 ч.

3.1. Содержание (дидактика) дисциплины

КУРС	СЕМЕСТР	Наименование разделов и дидактических единиц	ВСЕГО	Аудиторные занятия в контактной форме			Самостоятельная работа студентов	Формируемая компетенция, %
				ВСЕГО	Лекции	Практические занятия		ОПК-1
3	6	Раздел 1. Простейшая задача классического вариационного исчисления. Простейшая задача классического вариационного исчисления Необходимое условие экстремума в простейшей задаче классического вариационного исчисления.	22	4	2	2	18	20
3	6	Раздел 2. Достаточные условия слабого минимума в простейшей задаче. Достаточные условия слабого минимума в простейшей задаче классического вариационного исчисления Условие Лежандра Условие Якоби.	17	5	3	2	12	20
3	6	Раздел 3. Функция Вейерштрасса. Необходимое условие сильного минимума в простейшей задаче классического вариационного исчисления. Необходимое условие сильного минимума в простейшей задаче классического вариационного исчисления Функция Вейерштрасса. Связь условий Вейерштрасса и Лежандра Достаточные условия минимума функционала.	23	7	3	4	16	20
3	6	Раздел 4. Первая и вторая вариации функционала. Уравнение Эйлера-Лагранжа. Первая и вторая вариации функционала. Уравнение Эйлера-Лагранжа Условие Якоби о возможности построения поля экстремалей.	9	4	2	2	5	20
3	6	Раздел 5. Принцип наименьшего действия. Уравнения Лагранжа для голономной системы с степенями свободы. Простейшая векторная задача классического вариационного исчисления Принцип наименьшего действия Естественные граничные условия для простейшего функционала Уравнение Эйлера—Пуассона Задача Больца Изопериметрическая задача.	24	9	5	4	15	10
3	6	Раздел 6. Задача Лагранжа с голономными связями. Задача Лагранжа с голономными связями Задача Лагранжа в понтрягинской форме.	13	5	2	3	8	10
Всего за 6 семестр			108	34	17	17	74	100
Всего по дисциплине			108	34	17	17	74	100

3.2. Аудиторный практикум

№ п/п	Номер и наименование раздела дисциплины	Тема практического занятия	Объем, ауд. часов
1	Раздел 1. Простейшая задача классического вариационного исчисления.	Постановка задачи вариационного исчисления. Проверка выполнения необходимого условия экстремума	2
2	Раздел 2. Достаточные условия слабого минимума в простейшей задаче.	Решение практических задач на условия слабого минимума.	2
3	Раздел 3. Функция Вейерштрасса. Необходимое условие сильного минимума в простейшей задаче классического вариационного исчисления.	Решение практических задач по темам "Необходимое условие сильного минимума" и "Функция Вейерштрасса"	2
4		Решение практических задач по теме "Достаточные условия минимума функционала"	2
5	Раздел 4. Первая и вторая вариации функционала. Уравнение Эйлера-Лагранжа.	Решение практических задач по темам "Уравнение Эйлера-Лежандра" и "Условие Якоби"	2
6	Раздел 5. Принцип наименьшего действия. Уравнения Лагранжа для голономной системы с степенями свободы.	Простейшая векторная задача классического вариационного исчисления Принцип наименьшего действия Естественные граничные условия для простейшего функционала	2
7		Уравнение Эйлера—Пуассона Задача Больца Изопериметрическая задача.	2
8	Раздел 6. Задача Лагранжа с голономными связями.	Задача Лагранжа с голономными связями	2
9		Задача Лагранжа в понтрягинской форме.	1
Всего за 6 семестр			17

3.3. Самостоятельная работа студента (СРС)

№ п/п	Номер и наименование раздела дисциплины	Содержание учебного задания	Объем, часов
1	Раздел 1. Простейшая задача классического вариационного исчисления.	Повторение необходимых условий локального экстремума гладкой функции нескольких переменных. Изучение постановки простейшей вариационной задачи.	18
2	Раздел 2. Достаточные условия слабого минимума в простейшей задаче.	Повторение достаточных условий локального экстремума гладкой функции нескольких	12

		переменных. Изучение формулировок условий Лежандра и Якоби.	
3	Раздел 3. Функция Вейерштрасса. Необходимое условие сильного минимума в простейшей задаче классического вариационного исчисления.	Изучение условий Лежандра и Якоби, функции Вейерштрасса, достаточных условий сильного минимума интегрального функционала.	16
4	Раздел 4. Первая и вторая вариации функционала. Уравнение Эйлера-Лагранжа.	Повторение формулы интегрирования по частям и дифференцирования под знаком интеграла. Изучение вывода уравнения Эйлера.	5
5	Раздел 5. Принцип наименьшего действия. Уравнения Лагранжа для голономной системы с степенями свободы.	Изучение векторной задачи вариационного исчисления, принципа наименьшего действия, уравнения Эйлера-Пуассона.	15
6	Раздел 6. Задача Лагранжа с голономными связями.	Повторение условного экстремума функции нескольких переменных. Изучение задачи Лагранжа с голономными связями.	8
Всего за 6 семестр			74

4. ФОРМЫ КОНТРОЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

СЕМЕСТР	НЕДЕЛИ СЕМЕСТРА																
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
6		ВПЗ			ВПЗ	ДР		ВПЗ		ДР	ВПЗ			ВПЗ		ДР	зач.

Условные обозначения:

- ДР – диагностическая работа;
- ВПЗ – вопросы/задания по темам ПЗ;
- зач. – зачет.

Текущий контроль успеваемости студентов проводится в дискретные временные интервалы в следующих формах:

- диагностическая работа;
- вопросы/задания по темам ПЗ.

Промежуточная аттестация проводится в формах:

- зачет.

5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

5.1. Основная литература по дисциплине:

1. Б. П. Родин. . Вариационное исчисление. СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2017, 50 экз.
2. М. О. Лебедев. . Основы вариационного исчисления. СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2011, эл. рес.
3. О. А. Толпегин. . Математическое программирование. Вариационное исчисление. Москва: Юрайт, 2023, эл. рес.

5.2. Дополнительная литература по дисциплине:

не требуется.

5.3. Периодические издания:

не требуются.

5.4. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины, электронные библиотечные системы:

1. <https://e.lanbook.com/> — ЭБС Лань;
2. http://library.voenmeh.ru/jirbis2/index.php?option=com_irbis&view=irbis&Itemid=474 — Фундаментальная библиотека БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова.

Современные профессиональные базы данных:

1. <https://rusneb.ru> – Национальная электронная библиотека (НЭБ);
2. <https://cyberleninka.ru/> - Научная электронная библиотека «Киберленинка»;
<http://www.rfbr.ru/rffi/ru/library> - Полнотекстовая электронная библиотека Российского фонда фундаментальных исследований.

Информационные справочные системы:

1. Техэксперт – Информационный портал технического регулирования: Нормы, правила, стандарты РФ;
2. http://library.voenmeh.ru/jirbis2/index.php?option=com_irbis&view=irbis&Itemid=457 - БД ГОСТов собственной генерации БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова;
3. <http://www.consultant.ru/>- КонсультантПлюс- информационный портал правовой информации.

5.5. Программное обеспечение:

не требуется.

5.6. Информационные технологии:

взаимодействие с обучающимися посредством ЭИОС Moodle БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова.

6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

6.1. Лекционные занятия:

специализированные требования по оборудованию отсутствуют; аудитория с посадочными местами по количеству студентов; доска.

6.2. Практические занятия:

1. Аудитория с числом посадочных мест не меньше количества обучающихся.

6.3. Прочее:

1. рабочее место преподавателя, оснащенное компьютером с доступом в Интернет;
2. рабочие места студентов, оснащенные компьютерами с доступом в Интернет, предназначенные для работы в электронной образовательной среде.

Аннотация рабочей программы

Дисциплина **ВАРИАЦИОННОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ** является дисциплиной **обязательной части блока 1** программы подготовки по направлению *24.05.06 Системы управления летательными аппаратами*. Дисциплина реализуется на факультете О Естественнoнаучный БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д.Ф. Устинова кафедрой **О6 ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА**.

Дисциплина нацелена на формирование *компетенций*:

ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования для решения инженерных задач профессиональной деятельности.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с постановкой задачи и построения математической модели для реальных условий, используя методы и модели вариационного исчисления; а также представления результатов своих исследований в виде полной математической модели.

Программой дисциплины предусмотрены следующие **виды контроля**:

Текущий контроль успеваемости студентов проводится в дискретные временные интервалы в следующих формах:

- диагностическая работа;
- вопросы/задания по темам ПЗ.

Промежуточная аттестация проводится в формах:

- зачет.

Общая трудоемкость освоения дисциплины составляет 3 з.е., **108 ч**. Программой дисциплины предусмотрены лекционные занятия (**17 ч.**), практические занятия (**17 ч.**), самостоятельная работа студента (**74 ч**).

ТЕХНОЛОГИИ И ФОРМЫ ОБУЧЕНИЯ

Рекомендации по освоению дисциплины для студента

Трудоемкость освоения дисциплины составляет 108 ч., из них 34 ч. аудиторных занятий, и 74 ч., отведенных на самостоятельную работу студента.

Рекомендации по распределению учебного времени по видам самостоятельной работы и разделам дисциплины приведены в таблице.

Контроль освоения дисциплины производится в соответствии с Положением о текущем, рубежном контроле успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся.

Формы контроля и критерии оценивания приведены в приложении 3 к Рабочей программе.

Наименование работы	Рекомендуемая литература	Трудоемкость, час.
Раздел 1. Простейшая задача классического вариационного исчисления.		
Повторение необходимых условий локального экстремума гладкой функции нескольких переменных. Изучение постановки простейшей вариационной задачи.	М. О. Лебедев. . Основы вариационного исчисления: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2011 (1.1) О. А. Толпегин. . Математическое программирование. Вариационное исчисление: Москва: Юрайт, 2023 (19-20) Б. П. Родин. . Вариационное исчисление: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2017 (1-2)	18
Итого по разделу 1		18
Раздел 2. Достаточные условия слабого минимума в простейшей задаче.		
Повторение достаточных условий локального экстремума гладкой функции нескольких переменных. Изучение формулировок условий Лежандра и Якоби.	Б. П. Родин. . Вариационное исчисление: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2017 (4-5) О. А. Толпегин. . Математическое программирование. Вариационное исчисление: Москва: Юрайт, 2023 (21-22)	12
Итого по разделу 2		12
Раздел 3. Функция Вейерштрасса. Необходимое условие сильного минимума в простейшей задаче классического вариационного исчисления.		
Изучение условий Лежандра и Якоби, функции Вейерштрасса, достаточных условий сильного минимума интегрального функционала.	Б. П. Родин. . Вариационное исчисление: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2017 (10) М. О. Лебедев. . Основы вариационного исчисления: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2011 (2) О. А. Толпегин. . Математическое программирование. Вариационное исчисление: Москва: Юрайт, 2023 (24)	16
Итого по разделу 3		16
Раздел 4. Первая и вторая вариации функционала. Уравнение Эйлера-Лагранжа.		
Повторение формулы интегрирования по частям и дифференцирования под знаком интеграла. Изучение вывода уравнения Эйлера.	Б. П. Родин. . Вариационное исчисление: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2017 (12) О. А. Толпегин. . Математическое программирование. Вариационное исчисление: Москва: Юрайт, 2023 (29)	5
Итого по разделу 4		5
Раздел 5. Принцип наименьшего действия. Уравнения Лагранжа для голономной системы с степенями свободы.		
Изучение векторной задачи вариационного исчисления, принципа наименьшего действия, уравнения Эйлера-Пуассона.	Б. П. Родин. . Вариационное исчисление: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2017 (16)	15

	М. О. Лебедев. . Основы вариационного исчисления: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2011 (9-12) О. А. Толпегин. . Математическое программирование. Вариационное исчисление: Москва: Юрайт, 2023 (25)	
Итого по разделу 5		15
Раздел 6. Задача Лагранжа с голономными связями.		
Повторение условного экстремума функции нескольких переменных. Изучение задачи Лагранжа с голономными связями.	Б. П. Родин. . Вариационное исчисление: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2017 (16) О. А. Толпегин. . Математическое программирование. Вариационное исчисление: Москва: Юрайт, 2023 (28)	8
Итого по разделу 6		8

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Фонд оценочных средств, позволяющие оценить результаты обучения по данной дисциплине, включают в себя:

- диагностическая работа
- вопросы/задания по темам ПЗ;
- зачет.

Критерии оценивания

Диагностическая работа

Диагностическая работа проводится в форме теста в ЭИОС Moodle:

- при правильном ответе менее чем на 60% вопросов - не аттестация;
- при правильном ответе на 60% вопросов и более - аттестация.

Вопросы/задания по темам ПЗ

Выполнение контрольных мероприятий по темам практических занятий и самостоятельной работы, которые объявляются в начале семестра с указанием баллов за их выполнение в соответствии с технологической картой курса.

Темы и образцы заданий расположены в УМК дисциплины.

Зачет

Оценка "зачтено" выставляется, если набрано от 60 баллов в соответствии с технологической картой курса.

КУРС	СЕМЕСТР	Наименование разделов и дидактических единиц	ВСЕГО	Аудиторные занятия в контактной форме			Самостоятельная работа студентов	Формируемая компетенция, %	НАИМЕНОВАНИЕ ОЦЕНОЧНОГО СРЕДСТВА
				ВСЕГО	Лекции	Практические занятия		ОПК-1	
3	6	Раздел 1. Простейшая задача классического вариационного исчисления.	22	4	2	2	18	20	Вопросы/ задания по темам ПЗ
3	6	Раздел 2. Достаточные условия слабого минимума в простейшей задаче.	17	5	3	2	12	20	Вопросы/ задания по темам ПЗ
3	6	Раздел 3. Функция Вейерштрасса. Необходимое условие сильного минимума в простейшей задаче классического вариационного исчисления.	23	7	3	4	16	20	Вопросы/ задания по темам ПЗ
3	6	Раздел 4. Первая и вторая вариации функционала. Уравнение Эйлера-Лагранжа.	9	4	2	2	5	20	Вопросы/ задания по темам ПЗ
3	6	Раздел 5. Принцип наименьшего действия. Уравнения Лагранжа для голономной системы с степенями свободы.	24	9	5	4	15	10	Вопросы/ задания по темам ПЗ
3	6	Раздел 6. Задача Лагранжа с голономными связями.	13	5	2	3	8	10	Вопросы/ задания по темам ПЗ
Всего за 6 семестр			108	34	17	17	74	100	
Всего по дисциплине			108	34	17	17	74	100	

Оценочные материалы по дисциплине ВАРИАЦИОННОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ

ОПК-1 - Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования для решения инженерных задач профессиональной деятельности

№ 1 Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ

Составить уравнение Эйлера для функционала $J(y) = \int_0^1 (y^2 - y'^2) dx$, заданного на множестве $X = \{y(x) | y(x) \in C_1[0; 1], y(0) = 0, y(1) = 1\}$

№ 2 Прочитайте текст и установите соответствие

Установить соответствие между подынтегральным выражением функционала

$$J(y) = \int_a^b F(x, y, y') dx$$

и уравнением Эйлера-Лагранжа

- | | | | |
|---|-------------------------------|---|-----------------------|
| 1 | $F(y, y', x) = x^2 + y'^2$ | А | $y' = \text{const}$ |
| 2 | $F(y, y', x) = x^2 + y^2$ | Б | $y = 0$ |
| 3 | $F(y, y', x) = y^2 + y'^2$ | В | $y'' - y = 0$ |
| 4 | $F(y, y', x) = x(y^2 + y'^2)$ | Г | $xy'' + y' - xy = 0'$ |
| 5 | $F(y, y', x) = 4x^2 + y^2$ | | |

№ 3 Прочитайте текст и установите соответствие

Установить соответствие между подынтегральным выражением функционала $J(y) = \int_{x_0}^{x_1} F(x, y, y') dx$ и особенностями уравнения Эйлера-Лагранжа

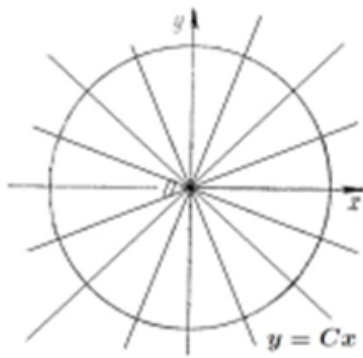
1	$F(y, y', x) = 2xy^2 + 2yx^2y'$	А	Выполняется автоматически
2	$F(y, y', x) = y'^2 + y^2$	Б	Имеет первый интеграл
3	$F(y, y', x) = x^2 + y^2$	В	Алгебраическое
4	$F(y, y', x) = x^2 + y'^2$	Г	Диф. ур. первого порядка
5	$F(y, y', x) = 3x^2y^2 + 2yx^3y'$		

№ 4 Прочитайте текст, выберите правильные ответы и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответов
На каких приведенных на рисунках поля для круга

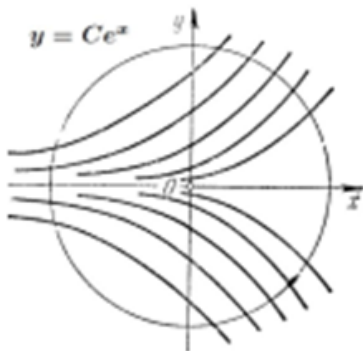
$$x^2 + y^2 \leq 1$$

являются собственными:

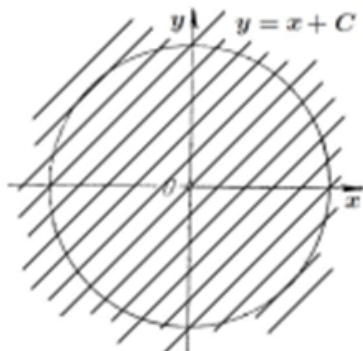
1.



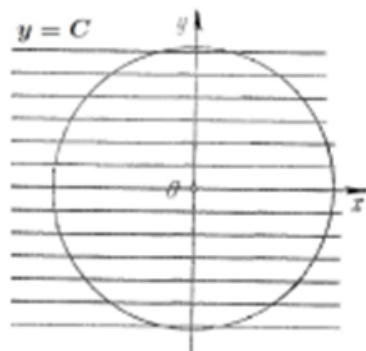
2.



3.



4.



№ 5 Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ

Найти допустимую экстремаль в простейшей задаче вариационного исчисления

$$\int_0^1 y'^2 dx \rightarrow \text{extr}, y(0) = 2, y(2) = 0.$$

№ 6 Прочитайте текст и установите последовательность

Пусть дан интегральный функционал ____А____ граничные условия ____Б____ дана непрерывная функция $y = \varphi(x)$ и существует положительное число $\varepsilon > 0$; такое что для любой непрерывной функции $y = \psi(x)$, такой что $\psi(x_1) = y_1, \psi(x_2) = y_2$, для которой выполнено неравенство ____В____ выполняется и неравенство ____Г____
Тогда говорят, что функция $y = \varphi(x)$ доставляет функционалу $J(y)$ сильный локальный минимум.
Установить соответствие незаполненных ячеек А,Б,В,Г и блоков 1,2,3,4.

1	$J(y) = \int_{x_1}^{x_2} F(x, y, y') dx,$
2	$y(x_1) = y_1, y(x_2) = y_2,$
3	$\max_{x \in [x_1, x_2]} \varphi(x) - \psi(x) < \varepsilon,$
4	$J(\varphi(x)) \leq J(\psi(x))$

№ 7 Прочитайте текст и установите последовательность

Указать последовательность действий при решении простейшей задачи вариационного исчисления:	
А	Составить уравнение Эйлера
Б	Используя граничные условия, найти неизвестные постоянные
В	Найти экстремали
Г	Установить наличие и тип экстремума

№ 8 Прочитайте текст, выберите правильный ответ и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа
Выбрать правильное утверждение из следующих:

- 1 если функция доставляет слабый экстремум, то она доставляет и сильный
- 2 если функция доставляет сильный экстремум, то она доставляет и слабый
- 3 если функция не доставляет сильный экстремум, то она доставляет слабый
- 4 если функция не доставляет сильный экстремум, то она не доставляет и слабый

№ 9 Прочитайте текст, выберите правильный ответ и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа

Уравнение Эйлера для функционала $J(y) = \int_a^b x^2 y'^2(x) dx$

- 1 имеет интеграл энергии
- 2 имеет интеграл импульса
- 3 не имеет интеграла импульса
- 4 имеет и интеграл энергии и интеграл импульса

№ 10 Прочитайте текст, выберите правильный ответ и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа

Если функция $y = y(x)$ доставляет экстремум функционалу $J(y) = \int_a^b F(x, y, y') dx$, то она является решением уравнения

1	$F(x, y, y') = 0$
2	$\frac{\partial F(x, y, y')}{\partial y} = 0$
3	$\frac{\partial F(x, y, y')}{\partial y'}$
4	$\frac{d}{dx} F_{y'} = F_y$

№ 11 Прочитайте текст, выберите правильный ответ и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа

Дан функционал $J(y) = \int_a^b A(x, y) \sqrt{1 + y'^2} dx$, известно, что левый конец экстремали скользит по кривой $y(a) = \psi(a)$, а правый скользит по кривой $y(b) = \varphi(b)$. Указать, какие условия нужно поставить на границе отрезка $[a; b]$

1	$1 + \psi'(a)y'(a) = 0, 1 + \varphi'(b)y'(b) = 0$
2	$1 - \psi'(a)y'(a) = 0, 1 + \varphi'(b)y'(b) = 0$
3	$1 + \psi'(a)y'(a) = 0, 1 - \varphi'(b)y'(b) = 0$
4	$y'(a) = 0, 1 + \varphi'(b)y'(b) = 0$

№ 12 Прочитайте текст, выберите правильные ответы и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответов

При каких $F(x, y, y')$ уравнения Эйлера-Лагранжа функционала $J(y) = \int_{x_0}^{x_1} F(x, y, y') dx$ будут дифференциальными уравнениями алгебраическими

- 1 $F(y, y', x) = x^2 + y'^2$
- 2 $F(y, y', x) = x^2 + y^2$
- 3 $F(y, y', x) = x^2 y' + y'^2$
- 4 $F(y, y', x) = x(y^2 + y'^3)$

№ 13 Прочитайте текст, выберите правильные ответы и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответов

Указать, какие функционалы определяют уравнение Эйлера-Лагранжа вида $2yy'' + y'^2 = 0$

1	$\int (x + y' + yy'^2) dx$
2	$\int (yy' + yy'^2) dx$
3	$\int (y^2 y' + yy'^2) dx$
4	$\int (yy' + xyy'^2) dx$