

УТВЕРЖДАЮ  
 Декан факультета

\_\_\_\_\_  
 (подпись) Левихин А.А.  
 «\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ СПЕЦИАЛЬНЫЕ ГЛАВЫ МАТЕМАТИКИ

|  |  |
|--|--|
| Направление/специальность подготовки       | 24.03.01 Ракетные комплексы и космонавтика                           |
| Специализация/профиль/программа подготовки | Цифровые технологии проектирования и конструирования ракетных систем |
| Уровень высшего образования                | Бакалавриат  |
| Форма обучения                             | Очная  |
| Факультет                                  | А Ракетно-космической техники  |
| Выпускающая кафедра                        | А1 РАКЕТОСТРОЕНИЕ  |
| Кафедра-разработчик рабочей программы      | А1 РАКЕТОСТРОЕНИЕ  |

| КУРС | СЕМЕСТР | ОБЩАЯ ТРУДОЁМКОСТЬ<br>(ЗАЧЕТНЫХ ЕДИНИЦ) | ЧАСЫ (по наличию видов занятий) |                    |        |                           |                         |                        |                 |                 |                               | ВИД ПРОМЕЖУТОЧНОГО<br>КОНТРОЛЯ |
|------|---------|---|---------------------------------|--------------------|--------|---------------------------|-------------------------|------------------------|-----------------|-----------------|-------------------------------|--------------------------------|
|      |         |   | ОБЩАЯ ТРУДОЁМКОСТЬ              | АУДИТОРНЫЕ ЗАНЯТИЯ |        |                           |                         | САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА |                 |                 |                               |                                |
|      |         |   |                                 | ВСЕГО              | ЛЕКЦИИ | ЛАБОРАТОРНЫЙ<br>ПРАКТИКУМ | ПРАКТИЧЕСКИЕ<br>ЗАНЯТИЯ | ВСЕГО                  | КУРСОВОЙ ПРОЕКТ | КУРСОВАЯ РАБОТА | ДРУГИЕ ВИДЫ<br>САМОСТ. РАБОТЫ |                                |
| 3    | 5       | 3                                       | 108                             | 51                 | 34     | 0                         | 17                      | 57                     | 0               | 0               | 57                            | ЭКЗ.                           |

*ЛИСТ СОГЛАСОВАНИЯ*

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА СОСТАВЛЕНА В СООТВЕТСТВИИ С ТРЕБОВАНИЯМИ ФЕДЕРАЛЬНОГО  
ГОСУДАРСТВЕННОГО ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО СТАНДАРТА ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ (ФГОС ВО)**

**24.03.01 Ракетные комплексы и космонавтика**

год набора группы: 2025

Программу составил:

Кафедра А1 РАКЕТОСТРОЕНИЕ

Степанов Михаил Михайлович, к.т.н., старший научный сотрудник,  
доцент

\_\_\_\_\_

Программа рассмотрена

на заседании кафедры-разработчика

рабочей программы **А1 РАКЕТОСТРОЕНИЕ**

Заведующий кафедрой Бородавкин В.А., д.т.н., проф.

\_\_\_\_\_

Программа рассмотрена

на заседании выпускающей кафедры

**А1 РАКЕТОСТРОЕНИЕ**

Заведующий кафедрой Бородавкин В.А., д.т.н., проф.

\_\_\_\_\_

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ СПЕЦИАЛЬНЫЕ ГЛАВЫ МАТЕМАТИКИ**

### **Разделы рабочей программы**

1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ
2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП ВО
3. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ
4. ФОРМЫ КОНТРОЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ
5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ
6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### **Приложения к рабочей программе дисциплины**

- Приложение 1. Аннотация рабочей программы
- Приложение 2. Технологии и формы обучения
- Приложение 3. Фонды оценочных средств

# 1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ПК-8.2 — Способен применять математические методы для создания цифровых моделей и проведения анализа функционирования ракетных систем

Формированию компетенций служит достижение следующих результатов образования:

## **ПК-8.2**

*знания:*

студенты должны знать:

на уровне представлений:

- физические и математические модели, необходимые для разработки новых образцов ракетной техники;
- численные методы, используемые для проведения расчетов по вышеуказанным моделям. В том числе, численные методы механики сплошной среды;
- современные программные средства (в том числе программные пакеты), для проведения математических расчетов по вышеуказанным физико-математическим моделям.

на уровне воспроизведения

- методы и расчетные схемы анализа и синтеза, применяемые в ракетостроении;
- основные способы разработки и применения численных методов для решения отмеченных задач;
- способы проведения численных экспериментов процессов, происходящих при эксплуатации изделий РКТ и необходимые при разработке указанных изделий.

на уровне понимания:

- математический аппарат, составляющий основу моделирования в ракетостроении ;
- принципы и средства численных методов механики сплошной среды, применяемых при разработке новых образцов ракетной техники;
- основные свойства численных методов механики сплошной среды;
- значения современных информационных технологий при решении задач математического моделирования в ракетостроении;;;

*умения:*

студенты должны уметь:

теоретические знания использовать для проектирования изделий РКТ, различных по направлениям и применениям. При этом они должны уметь:

- проводить математическое моделирование процессов, происходящих в изделиях РКТ ;
- разрабатывать и применять численные методы для решения отмеченных задач ;
- строить и использовать основные виды математических моделей, используемых в ракетостроении;
- знать современные методы численной реализации математических моделей, используемых при разработке новых образцов ракетной техники ;
- практические знания современных методов численной реализации математических моделей использовать для решения конкретных инженерных задач, возникающих при разработке и эксплуатации

различных образцов РКТ;;;

*навыки:*

студенты должны иметь навыки:

- разработки математических моделей, необходимых для создания изделий РКТ;
- разработки и применения численных методов для решения отмеченных задач;
- решения инженерных задач с применением вычислительной техники и современных пакетов программ.;

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП ВО

Дисциплина **СПЕЦИАЛЬНЫЕ ГЛАВЫ МАТЕМАТИКИ** является дисциплиной **части, формируемой участниками образовательных отношений блока 1**, программы подготовки по направлению *24.03.01 Ракетные комплексы и космонавтика*.

Содержание дисциплины является логическим продолжением дисциплин: **ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА, ВВЕДЕНИЕ В СПЕЦИАЛЬНОСТЬ**.

Содержание дисциплины является основой для освоения дисциплин: **ОСНОВЫ ПРОЕКТИРОВАНИЯ РАКЕТНЫХ СИСТЕМ, СИНТЕЗ РАКЕТНЫХ СИСТЕМ, УСТРОЙСТВО И ФУНКЦИОНИРОВАНИЕ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ**.

Предварительные компетенции, сформированные у обучающегося до начала изучения дисциплины:

- ОПК-1 — Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности
- ОПК-6 — Способен анализировать, систематизировать и обобщать информацию о современном состоянии и перспективах развития ракетно-космической техники

### 3. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 з.е., 108 ч.

#### 3.1. Содержание (дидактика) дисциплины

| КУРС                       | СЕМЕСТР | Наименование разделов и дидактических единиц  | ВСЕГО | Аудиторные занятия в контактной форме |        |                      | Самостоятельная работа студентов | Формируемая компетенция, % |
|----------------------------|---------|---|-------|---------------------------------------|--------|----------------------|----------------------------------|----------------------------|
|                            |         |   |       | ВСЕГО                                 | Лекции | Практические занятия |                                  | ПК-8.2                     |
| 3                          | 5       | <b>Раздел 1. Введение.</b> Дифференциальные уравнения в частных производных (ДУЧП) в авиаракетостроении. Предмет науки «Численные методы механики сплошной среды». История вопроса. Физико-математические модели в авиа и ракетостроении, использующие уравнения и системы уравнений в частных производных. Примеры подобных моделей, применяемых в строительной механике летательных аппаратов (ЛА), динамике полета и баллистике, теории автоматического управления ЛА, для описания процессов тепломассопереноса, расчета плазменных течений, использующихся в динамике разреженных газов или (и) излучающих газов, при расчете многофазных потоков, электромагнитных явлений и т.д. Современные компьютерные технологии и вычислительные методы механики сплошной среды, применяемые при разработке новых образцов авиационной и ракетно-космической техники. Математическое моделирование и численный эксперимент. | 11    | 5                                     | 3      | 2                    | 6                                | 5                          |
| 3                          | 5       | <b>Раздел 2. Классификация ДУЧП.</b> Примеры дифференциальных уравнений в частных производных (ДУЧП) различных типов и их систем, применяемых при моделировании в авиаракетостроении. Классификация ДУЧП (физическая, математическая, с помощью характеристик). Краевые условия (начальные и граничные условия). Корректно поставленные задачи. Метод установления. Модельные уравнения. Системы ДУЧП. Классификация систем дифференциальных уравнений в ЧП.  | 10    | 4                                     | 2      | 2                    | 6                                | 10                         |
| 3                          | 5       | <b>Раздел 3. Основы метода конечных разностей.</b> Дискретизация. Сетки и сеточные функции. Разностная аппроксимация производных Точность процессов дискретизации. Понятие о методе конечных разностей. Конечно-разностная аппроксимация ДУЧП. Методы построения конечно-разностных схем. Явные и неявные разностные схемы. Принцип расщепления. Примеры разностных схем. Место метода конечных разностей среди других для решения задач, возникающих при разработке новых образцов авиаракетной и космической техники.   | 12    | 5                                     | 3      | 2                    | 7                                | 10                         |
| 3                          | 5       | <b>Раздел 4. Свойства разностных схем.</b> Согласованность РС. Устойчивость РС. Сходимость РС. Исследование устойчивости РС. Метод Неймана исследования устойчивости РС. Связь между аппроксимацией, согласованностью, устойчивостью и сходимостью РС. Теорема Лакса о сходимости. Дивергентная форма записи ДУЧП и их систем, консервативность разностных схем. Оценка погрешности вычислений. Дифференциальное приближение (модифицированное уравнение). Качественные свойства разностных схем (позитивность, монотонность, диссипация – численная вязкость, дисперсия, диффузия РС, амплитудные, фазовые ошибки и др.).  | 16    | 8                                     | 5      | 3                    | 8                                | 10                         |
| 3                          | 5       | <b>Раздел 5. ДУЧП гиперболического типа.</b> Примеры ДУЧП и систем ДУЧП гиперболического типа, применяющихся для моделирования разнообразных процессов при разработке новых образцов авиаракетной и космической техники. Применение метода конечных разностей для уравнений гиперболического типа (на примере волновых уравнений). Явные методы Эйлера. Метод против потока. Схема Лакса. Неявный метод Эйлера. Методы Лакса-Вендроффа (одношаговый, двухшаговый). Метод Мак-Коррума. Двухшаговый метод Бима – Уорминга. Методы третьего порядка точности (трехшаговые методы Уорминга, Русанова).И др.   | 16    | 8                                     | 6      | 2                    | 8                                | 20                         |
| 3                          | 5       | <b>Раздел 6. ДУЧП параболического типа.</b> Примеры ДУЧП и систем ДУЧП параболического типа, применяющихся для моделирования разнообразных процессов при разработке новых образцов авиаракетной и космической техники. Применение метода конечных разностей для уравнений параболического типа (на примере одномерного уравнения теплопроводности). Простой явный метод, простой неявный метод. Их преимущества и недостатки. Комбинированные методы. Метод Кранка-Николсона. Метод Дюфорта-Франкеля. Явный метод переменных направлений (методы Саульева, Барраката-Кларка, Ларкина). Методы решения двумерных уравнений теплопроводности. Методы: простой явный, простой неявный. Комбинированный метод. Метод Кранка – Николсона. Неявный метод переменных направлений. Метод дробных шагов (метод расщепления, метод Н.Н. Яненко). Метод классики. И др.  | 16    | 8                                     | 6      | 2                    | 8                                | 20                         |
| 3                          | 5       | <b>Раздел 7. ДУЧП эллиптического типа.</b> Примеры ДУЧП и систем ДУЧП эллиптического типа, применяющихся для моделирования разнообразных процессов при разработке новых образцов авиаракетной и космической техники. Применение метода конечных разностей для уравнений эллиптического типа (на примере уравнений Лапласа и Пуассона). Итерационные методы. Пятиточечная схема Рунге. Девятиточечная схема высокого порядка. Принцип установления. И др.  | 16    | 8                                     | 6      | 2                    | 8                                | 20                         |
| 3                          | 5       | <b>Раздел 8. Обзор численных методов механики сплошной среды.</b> Введение в некоторые специальные методы, применяемые для проведения численных экспериментов в авиаракетостроении. Метод характеристик. Методы сквозного счета (схема Годунова). Метод прямых. Метод интегральных соотношений Доронидицына. Метод Теленина. Метод крупных частиц (Белоцерковского-Давыдова). Метод частиц в ячейках. Метод конечных элементов (объемов). Особенности решения ДУЧП с малым параметров при старшей производной. Методы решения “релаксационных” уравнений (“околоравновесная кинетика” – “жесткие” уравнения). Обзор задач, возникающих при разработке новых образцов авиаракетной и космической техники, в которых применяются данные методы. Краткая характеристика программных комплексов ANSYS, FlowVision, Star-CD, Solidworks.   | 11    | 5                                     | 3      | 2                    | 6                                | 5                          |
| <b>Всего за 5 семестр</b>  |         |   | 108   | 51                                    | 34     | 17                   | 57                               | 100                        |
| <b>Всего по дисциплине</b> |         |   | 108   | 51                                    | 34     | 17                   | 57                               | 100                        |

#### 3.2. Аудиторный практикум

| № | Номер и | Тема практического занятия | Объем, |
|---|---------|----------------------------|--------|
|---|---------|----------------------------|--------|

| п/п | наименование<br>раздела<br>дисциплины       |   | ауд.<br>часов |
|-----|---|---|---------------|
| 1   | Раздел 1.<br>Введение.                      | Физико-математические модели в авиа и ракетостроении, использующие уравнения и системы уравнений в частных производных. Примеры подобных моделей, применяемых в строительной механике летательных аппаратов (ЛА), динамике полета и баллистике, теории автоматического управления ЛА, для описания процессов тепломассопереноса, расчета плазменных течений, использующихся в динамике разреженных газов или (и) излучающих газов, при расчете многофазных потоков, электромагнитных явлений и т.д. Современные компьютерные технологии и вычислительные методы механики сплошной среды, применяемые при разработке новых образцов авиационной и ракетно-космической техники. Математическое моделирование и численный эксперимент. | 2             |
| 2   | Раздел 2.<br>Классификация ДУЧП.            | Примеры дифференциальных уравнений в частных производных (ДУЧП) различных типов и их систем, применяемых при моделировании в авиа ракетостроении. Классификация ДУЧП (физическая, математическая, с помощью характеристик). Краевые условия (начальные и граничные условия). Корректно поставленные задачи. Метод установления. Модельные уравнения. Системы ДУЧП. Классификация систем дифференциальных уравнений в ЧП.  | 2             |
| 3   | Раздел 3. Основы метода конечных разностей. | Дискретизация. Сетки и сеточные функции. Разностная аппроксимация производных Точность процессов дискретизации. Понятие о методе конечных разностей. Конечно-разностная аппроксимация ДУЧП. Методы построения конечно-разностных схем. Явные и неявные разностные схемы. Принцип расщепления. Примеры разностных схем. Место метода конечных разностей среди других для решения задач, возникающих при разработке новых образцов авиа ракетной и космической техники.   | 2             |
| 4   | Раздел 4.<br>Свойства разностных схем.      | Согласованность РС. Устойчивость РС. Сходимость РС. Исследование устойчивости РС. Метод Неймана исследования устойчивости РС. Связь между аппроксимацией, согласованностью, устойчивостью и сходимостью РС. Теорема Лакса о сходимости. Дивергентная форма записи ДУЧП и их систем, консервативность разностных схем. Оценка погрешности вычислений. Дифференциальное приближение (модифицированное уравнение). Качественные свойства разностных схем (позитивность, монотонность, диссипация – численная вязкость, дисперсия, диффузия РС, амплитудные, фазовые ошибки и др.).   | 3             |
| 5   | Раздел 5. ДУЧП гиперболического типа.       | Выполнение практической работы на тему: Методы решения гиперболических уравнений, применяющихся в авиа ракетостроении (на примере одномерного волнового уравнения первого порядка). Явные разностные схемы первого и второго порядков. Изучение РС Эйлера (1-ой и 2-ой). Схема против потока. Схема Лакса. Схема Лакса-Вендроффа. Схема Мак-Кормака. Схема Бима-Уорминга. Схемы 3-го порядка точности. Аппроксимация, согласованность, устойчивость, сходимость РС. Критерии устойчивости. Диссипативные и дисперсионные ошибки. Качественные отличия схем первого и второго порядков точности для этих уравнений.  | 2             |
| 6   | Раздел 6. ДУЧП параболического типа.        | Выполнение практической работы на тему: Методы решения параболических уравнений, применяющихся в авиа ракетостроении (на примере одномерного уравнения теплопроводности). Исследование свойств явных методов для этих уравнений. Простой явный методов. Явные методы переменных направлений (методы Саульева, Барака-та-Кларка, Ларкина). Методы решения параболических уравнений, применяющихся в авиа ракетостроении (на примере одномерного уравнения теплопроводности). Исследование свойств неявных методов для этих уравнений. Простой неявный метод. Метод Кранка-Николсона. Сравнение свойств явных и неявных методов. Комбинированные методы.  | 2             |

|                           |  |   |           |
|---------------------------|--|---|-----------|
|                           |  | Методы решения систем линейных алгебраических уравнений с трехдиагональной матрицей. Методы прогонки.   |           |
| 7                         | Раздел 7. ДУЧП эллиптического типа.                        | Выполнение практической работы на тему: Методы решения эллиптических уравнений, применяющихся в авиаракетостроении (на примере двумерного уравнения Лапласа). «Прямой» метод Рунге (схема «крест», метод Либмана). Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Методы простой итерации и Гаусса-Зайделя. Точность метода. Сходимость метода. Метод «верхней/нижней релаксации». Методы решения эллиптических уравнений (на примере двумерного уравнения Лапласа). Принцип установления. Простой явный метод. Метод Яненко Н.Н. Неявный метод переменных направлений. Метод классики и др. | 2         |
| 8                         | Раздел 8. Обзор численных методов механики сплошной среды. | Введение в некоторые специальные методы, применяемые для проведения численных экспериментов в авиаракетостроении. Метод конечных элементов (объемов). Особенности решения ДУЧП с малым параметров при старшей производной. Методы решения «релаксационных» уравнений («околоравновесная кинетика» – «жесткие» уравнения). Обзор задач, возникающих при разработке новых образцов авиаракетной и космической техники, в которых применяются данные методы. Краткая характеристика программных комплексов ANSYS, FlowVision, Star-CD, Solidworks.   | 2         |
| <b>Всего за 5 семестр</b> |  |   | <b>17</b> |

### 3.3. Самостоятельная работа студента (СРС)

| № п/п | Номер и наименование раздела дисциплины     | Содержание учебного задания  | Объем, часов |
|-------|---|--|--------------|
| 1     | Раздел 1. Введение.                         | 1. Предмет науки «Численные методы механики сплошной среды». История вопроса. 2. Физико-математические модели в авиа и ракетостроении, использующие уравнения и системы уравнений в частных производных. 3. Примеры подобных моделей, применяемых в строительной механике летательных аппаратов (ЛА), динамике полета и баллистике, теории автоматического управления ЛА, для описания процессов теплообмена, расчета плазменных течений, использующихся в динамике разреженных газов или (и) излучающих газов, при расчете многофазных потоков, электромагнитных явлений и т.д. | 3            |
| 2     |   | 1. Современные компьютерные технологии и вычислительные методы механики сплошной среды, применяемые при разработке новых образцов авиационной и ракетно-космической техники. 2. Математическое моделирование и численный эксперимент.  | 3            |
| 3     | Раздел 2. Классификация ДУЧП.               | 1. Примеры дифференциальных уравнений в частных производных (ДУЧП) различных типов и их систем, применяемых при моделировании в авиаракетостроении. 2. Классификация ДУЧП (физическая, математическая, с помощью характеристик). 3. Краевые условия (начальные и граничные условия).   | 3            |
| 4     |   | 1. Корректно поставленные задачи. 2. Метод установления. 3. Модельные уравнения. 4. Системы ДУЧП. Классификация систем дифференциальных уравнений в ЧП.  | 3            |
| 5     | Раздел 3. Основы метода конечных разностей. | 1. Дискретизация. Сетки и сеточные функции. 2. Вопросы построения сеток. 3. Разностная аппроксимация производных. 4. Точность процессов дискретизации. 5. Понятие о методе конечных разностей. 6. Конечно-разностная аппроксимация ДУЧП  | 3            |
| 6     |   | 1. Методы построения конечно-разностных схем. 2. Явные и неявные разностные схемы. 3. Принцип расщепления. 4. Место метода конечных разностей среди других для решения задач, возникающих при разработке новых образцов авиаракетной и космической техники. 5. Примеры разностных схем.  | 4            |
| 7     | Раздел 4.                                   | 1. Погрешность аппроксимации РС. Согласованность РС.   | 2            |

|    |                                       |  |   |
|----|---------------------------------------|--|---|
|    | Свойства разностных схем.             | Устойчивость РС. Сходимость РС. 2. Исследование устойчивости РС. Метод Неймана исследования устойчивости РС.   |   |
| 8  |                                       | 1. Пример использования метода Неймана для исследования устойчивости простой явной схемы, применённой для решения одномерного уравнения теплопроводности (ДУЧП параболического типа). 2. Пример использования метода Неймана для исследования устойчивости метода против потока, применённого для одномерного волнового уравнения первого порядка (ДУЧП гиперболического типа). 3. Пример использования метода Неймана для исследования устойчивости простой явной схемы, применённой для решения двухмерного уравнения теплопроводности (многомерные ДУЧП).   | 2 |
| 9  |                                       | 1. Связь между аппроксимацией, согласованностью, устойчивостью и сходимостью РС. Теорема Лакса о сходимости 2. Дивергентная форма записи ДУЧП и их систем, консервативность разностных схем. 3. Оценка погрешности вычислений при использовании метода конечных разностей для решения ДУЧП.  | 2 |
| 10 |                                       | 1. Дифференциальное приближение (модифицированное уравнение). Пример вывода дифференциальное приближение (модифицированное уравнение) для метода против потока, применённого для одномерного волнового уравнения первого порядка. 2. Качественные свойства разностных схем (позитивность, монотонность, диссипация – численная вязкость, дисперсия, диффузия РС, амплитудные, фазовые ошибки и др.).   | 2 |
| 11 |                                       | 1. Примеры ДУЧП и систем ДУЧП гиперболического типа, применяющихся для моделирования разнообразных процессов при разработке новых образцов авиаракетной и космической техники. 2. Применение метода конечных разностей для уравнений гиперболического типа (на примере волновых уравнений  | 2 |
| 12 | Раздел 5. ДУЧП гиперболического типа. | 1. Явные методы Эйлера. 2. Метод против потока. Схема Лакса. 3. Неявный метод Эйлера. 4. Методы Лакса-Вендроффа (одношаговый, двухшаговый). 5. Метод Мак-Кормака. 6. Двухшаговый метод Бима – Уорминга. 7. Методы третьего порядка точности (трехшаговые методы Уорминга, Русанова).   | 3 |
| 13 |                                       | Подготовка к практическому занятию : Выполнение практической работы на тему: Методы решения гиперболических уравнений (на примере одно-мерного волнового уравнения первого порядка). Исследование свойств (двух-четырех – предложенных преподавателем) разностных схем (РС) из следующих: РС Эйлера (1-ая и 2-ая). Схема против потока. Схема Лакса. Схе-ма Лакса-Вендроффа. Схема Мак-Кормака. Схема Бима-Уорминга. Схемы 3-го порядка точности. Аппроксимация, согласованность, устойчивость, сходимость РС. Критерии устойчиво-сти. Диссипативные и дисперсионные ошибки. Качественные отличия схем первого и второго порядков точности для этих уравнений.   | 3 |
| 14 | Раздел 6. ДУЧП параболического типа.  | 1. Примеры ДУЧП и систем ДУЧП параболического типа, применяющихся для моделирования разнообразных процессов при разработке новых образцов авиаракетной и космической техники. 2. Применение метода конечных разностей для уравнений параболического типа (на примере одномерного уравнения теплопроводности). 3. Простой явный метод, простой неявный метод. Их пре-имущества и недостатки. 4. Комбинированные методы. Метод Кранка-Николсона. 5. Метод Дюфорта-Франкеля. 6. Явный метод переменных направлений (методы Саульева, Барраката-Кларка, Ларкина). 7. Методы решения двумерных уравнений теплопроводности. 8. Методы: простой явный, простой неявный. Комбинированный метод. Метод Кранка – Николсона. 9. Неявный метод переменных направлений. 10. Метод дробных шагов (метод расщепления, метод Н.Н. Яненко). Метод классики. | 2 |
| 15 |                                       | Подготовка к практическому занятию: Выполнение практической работы на тему: Методы решения параболических уравнений (на примере одномерного уравнения теплопроводности). Исследование свойств (двух – предложенных преподавателем) явных РС из   | 3 |

|                           |  |  |           |
|---------------------------|--|--|-----------|
|                           |  | следующих: простой явный метод; явные методы переменных направлений (методы Саульева, Бараката-Кларка, Ларкина).   |           |
| 16                        |  | Подготовка к практическому занятию: Выполнение практической работы на тему: Методы решения параболических уравнений (на примере одно-мерного уравнения теплопроводности). Исследование свойств (двух – предложенных преподавателем) неявных РС из следующих: простой неявный метод; комбинированные методы; метод Кран-ка-Николсона; метод Дюфорта-Франкеля и др.  | 3         |
| 17                        |  | 1. Примеры ДУЧП и систем ДУЧП эллиптического типа, применяющихся для моделирования разнообразных процессов при разработке новых образцов авиаракетной и космической техники. 2. Применение метода конечных разностей для уравнений эллиптического типа (на примере уравнений Лапласа и Пуассона). Итерационные методы. Пятиточечная схема Рунге. Девятиточечная схема высокого порядка. 3. Принцип установления. 4. Примеры конечноразностных схем для решения двухмерного уравнения Лапласа, использующих принцип установления.                                     | 2         |
| 18                        | Раздел 7. ДУЧП эллиптического типа.                        | Подготовка к практическому занятию: Выполнение практической работы на тему: Методы решения эллиптических уравнений, (на примере дву-мерного уравнения Лапласа). 1. «Прямой» метод Рунге (схема «крест», метод Либмана). 2. Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Методы простой итерации и Гаусса-Зайделя. Точность метода. Сходимость метода. Метод «верхней/нижней релаксации».  | 3         |
| 19                        |  | Подготовка к практическому занятию: Выполнение практической работы на тему: Методы решения эллиптических уравнений (на примере двумерного уравнения Лапласа), основанные на применении «принципа установления»: Исследование свойств одной из следующих РС: простой явный метод; метод Яненко Н.Н.; неявный метод переменных направлений; метод классики и др.   | 3         |
| 20                        |  | 1. Обзор задач, возникающих при разработке новых образцов авиаракетной и космической техники, в которых применяются данные методы. 2. Краткая характеристика программных комплексов ANSYS, KompasFlow, FlowVision, Star-CD, Solidworks   | 3         |
| 21                        | Раздел 8. Обзор численных методов механики сплошной среды. | Введение в некоторые специальные методы, применяемые для проведения численных экспериментов в авиаракетостроении: 1. Метод характеристик. 2. Методы сквозного счета (схема Годунова). 3. Метод прямых 4. Метод интегральных соотношений Дородницына. 5. Метод Теленина. 6. Метод крупных частиц (Белоцерковского-Давыдова). 7. Метод частиц в ячейках. 8. Метод конечных элементов (объемов). 9. Особенности решения ДУЧП с малым параметров при старшей производной. Методы решения “релаксационных” уравнений (“околоравновесная кинетика” – “жесткие” уравнения). | 3         |
| <b>Всего за 5 семестр</b> |  |  | <b>57</b> |

#### 4. ФОРМЫ КОНТРОЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

| СЕМЕСТР | НЕДЕЛИ СЕМЕСТРА |   |      |   |           |    |   |           |   |    |    |      |    |     |    |    |    |
|---------|-----------------|---|------|---|-----------|----|---|-----------|---|----|----|------|----|-----|----|----|----|
|         | 1               | 2 | 3    | 4 | 5         | 6  | 7 | 8         | 9 | 10 | 11 | 12   | 13 | 14  | 15 | 16 | 17 |
| 5       |                 |   | ТекК |   | ТекК, ВПЗ | ДР |   | ТекК, ВПЗ |   | ДР |    | ТекК |    | ВПЗ |    | ДР |    |

Условные обозначения:

- ДР – диагностическая работа;
- ТекК – вопросы для текущего контроля;
- ВПЗ – вопросы/задания по темам ПЗ.

**Текущий контроль успеваемости** студентов проводится в дискретные временные интервалы в следующих формах:

- диагностическая работа;
- вопросы для текущего контроля;

- вопросы/задания по темам ПЗ.

**Промежуточная аттестация** проводится в формах:

- экзамен.

## 5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 5.1. Основная литература по дисциплине:

1. А. А. Самарский. . Введение в численные методы. СПб.: Лань, 2005, 6 экз.
2. А. А. Самарский, А. В. Гулин. . Численные методы. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1989, 9 экз.
3. В. И. Киреев. . Численные методы в примерах и задачах. Санкт-Петербург: Лань, 2022, эл. рес.
4. В. Н. Емельянов. . Введение в теорию разностных схем. СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2006, 54 экз.
5. В. Н. Емельянов, С. О. Здоровенин, С. С. Краев. . ANSYS-практикум. СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2005, эл. рес.
6. Е. Н. Жидков. . Вычислительная математика. М.: Академия, 2013, 15 экз.
7. М. В. Мурашов, С. Д. Панин. . Решение задач механики сплошной среды в программном комплексе ANSYS. М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2009, эл. рес.
8. М. М. Степанов, С. К. Савельев. . Численные методы в ракетостроении. СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2019, 39 экз.
9. М. М. Степанов, С. Э. Волосастов, В. И. Семенцов. . Численные методы механики сплошной среды. СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2007, 74 экз.
10. Н. Р. Туркина. . Проектирование в среде SolidWorks. СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2017, эл. рес.

### 5.2. Дополнительная литература по дисциплине:

не требуется.

### 5.3. Периодические издания:

1. Естественные и технические науки.

### 5.4. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины, электронные библиотечные системы:

1. <https://urait.ru/>; — Ошибка 404. Эта страница сейчас недоступна — Образовательная платформа «Юрайт». Для вузов и ссузов.;
2. <https://e.lanbook.com/>; — ЭБС Лань;
3. <https://repository.library.voenmeh.ru/jspui/>; — Фундаментальная библиотека БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова;
4. <http://www.tnt-ebook.ru/> — TNT-EBOOK - Электронно-библиотечная система.

### Современные профессиональные базы данных:

1. <https://rusneb.ru> – Национальная электронная библиотека (НЭБ);
2. <https://cyberleninka.ru/> - Научная электронная библиотека «Киберленинка»;
- <http://www.rfbr.ru/rffi/ru/library> - Полнотекстовая электронная библиотека Российского фонда фундаментальных исследований.

### Информационные справочные системы:

1. Техэксперт – Информационный портал технического регулирования: Нормы, правила, стандарты РФ;
2. [http://library.voenmeh.ru/jirbis2/index.php?option=com\\_irbis&view=irbis&Itemid=457](http://library.voenmeh.ru/jirbis2/index.php?option=com_irbis&view=irbis&Itemid=457) - БД ГОСТов собственной генерации БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова;
3. <http://www.consultant.ru/>- КонсультантПлюс- информационный портал правовой информации.

### 5.5. Программное обеспечение:

не требуется.

### 5.6. Информационные технологии:

взаимодействие с обучающимися посредством ЭИОС Moodle БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова.

## **6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **6.1. Лекционные занятия:**

специализированные требования по оборудованию отсутствуют; аудитория с посадочными местами по количеству студентов; доска.

### **6.2. Практические занятия:**

1. Проектор.

### **6.3. Прочее:**

1. рабочее место преподавателя, оснащенное компьютером с доступом в Интернет;
2. рабочие места студентов, оснащенные компьютерами с доступом в Интернет, предназначенные для работы в электронной образовательной среде.

### Аннотация рабочей программы

Дисциплина **СПЕЦИАЛЬНЫЕ ГЛАВЫ МАТЕМАТИКИ** является дисциплиной **части, формируемой участниками образовательных отношений блока 1**, программы подготовки по направлению *24.03.01 Ракетные комплексы и космонавтика*. Дисциплина реализуется на факультете А Ракетно-космической техники БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д.Ф. Устинова кафедрой А1 РАКЕТОСТРОЕНИЕ.

Дисциплина нацелена на формирование *компетенций*:

ПК-8.2 Способен применять математические методы для создания цифровых моделей и проведения анализа функционирования ракетных систем.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с методами решения инженерных задач, возникающих на различных этапах жизненного цикла ракетных систем, с применением вычислительной техники.

Программой дисциплины предусмотрены следующие **виды контроля**:

**Текущий контроль успеваемости** студентов проводится в дискретные временные интервалы в следующих формах:

- диагностическая работа;
- вопросы для текущего контроля;
- вопросы/задания по темам ПЗ.

**Промежуточная аттестация** проводится в формах:

- экзамен.

Общая трудоемкость освоения дисциплины составляет 3 з.е., **108 ч**. Программой дисциплины предусмотрены лекционные занятия (**34 ч.**), практические занятия (**17 ч.**), самостоятельная работа студента (**57 ч.**).

## ТЕХНОЛОГИИ И ФОРМЫ ОБУЧЕНИЯ

### Рекомендации по освоению дисциплины для студента

Трудоемкость освоения дисциплины составляет 108 ч., из них 51 ч. аудиторных занятий, и 57 ч., отведенных на самостоятельную работу студента.

Рекомендации по распределению учебного времени по видам самостоятельной работы и разделам дисциплины приведены в таблице.

Контроль освоения дисциплины производится в соответствии с Положением о текущем, рубежном контроле успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся.

Формы контроля и критерии оценивания приведены в приложении 3 к Рабочей программе.

| Наименование работы   | Рекомендуемая литература  | Трудоемкость, час. |
|---|---|--------------------|
| <b>Раздел 1. Введение.</b>  |   |                    |
| 1. Предмет науки «Численные методы механики сплошной среды». История вопроса. 2. Физико-математические модели в авиа и ракетостроении, использующие уравнения и системы уравнений в частных производных. 3. Примеры подобных моделей, применяемых в строительной механике летательных аппаратов (ЛА), динамике полета и баллистике, теории автоматического управления ЛА, для описания процессов тепломассопереноса, расчета плазменных течений, использующихся в динамике разреженных газов или (и) излучающих газов, при расчете многофазных потоков, электромагнитных явлений и т.д. | Е. Н. Жидков. . Вычислительная математика: М.: Академия, 2013 (Гл. 1-2.)<br>А. А. Самарский. . Введение в численные методы: СПб.: Лань, 2005 (Гл. 1.)<br>А. А. Самарский, А. В. Гулин. . Численные методы: М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1989 (Гл. 1.)<br>В. И. Киреев. . Численные методы в примерах и задачах: Санкт-Петербург: Лань, 2022 (Гл. 1.) | 3                  |
| 1. Современные компьютерные технологии и вычислительные методы механики сплошной среды, применяемые при разработке новых образцов авиационной и ракетно-космической техники. 2. Математическое моделирование и численный эксперимент.   | В. Н. Емельянов. . Введение в теорию разностных схем: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2006 (Гл. 1.)  | 3                  |
| Итого по разделу 1  |   | 6                  |
| <b>Раздел 2. Классификация ДУЧП.</b>  |   |                    |
| 1. Примеры дифференциальных уравнений в частных производных   | Е. Н. Жидков. .   | 3                  |

|  |  |   |
|--|--|---|
| (ДУЧП) различных типов и их систем, применяемых при моделировании в авиаракетостроении. 2. Классификация ДУЧП (физическая, математическая, с помощью характеристик). 3. Краевые условия (начальные и граничные условия).   | Вычислительная математика: М.: Академия, 2013 (Гл. 1-2.)   |   |
| 1. Корректно поставленные задачи. 2. Метод установления. 3. Модельные уравнения. 4. Системы ДУЧП. Классификация систем дифференциальных уравнений в ЧП.  | <p>А. А. Самарский. . Введение в численные методы: СПб.: Лань, 2005 (Гл. 2.)</p> <p>А. А. Самарский, А. В. Гулин. . Численные методы: М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1989 (Гл. 2.)</p> <p>В. И. Киреев. . Численные методы в примерах и задачах: Санкт-Петербург: Лань, 2022 (Гл. 1-2.)</p> <p>В. Н. Емельянов. . Введение в теорию разностных схем: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2006 (Гл. 2.)</p> | 3 |
| Итого по разделу 2   |  | 6 |
| <b>Раздел 3. Основы метода конечных разностей.</b>   |  |   |
| 1. Дискретизация. Сетки и сеточные функции. 2. Вопросы построения сеток. 3. Разностная аппроксимация производных 4. Точность процессов дискретизации. 5. Понятие о методе конечных разностей. 6. Конечно-разностная аппроксимация ДУЧП   | А. А. Самарский, А. В. Гулин. . Численные методы: М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1989 (Гл. 2.)  | 3 |
| 1. Методы построения конечно-разностных схем. 2. Явные и неявные разностные схемы. 3. Принцип расщепления. 4. Место метода конечных разностей среди других для решения задач, возникающих при разработке новых образцов авиаракет-ной и космической техники. 5. Примеры разностных схем. | <p>Е. Н. Жидков. . Вычислительная математика: М.: Академия, 2013 (Гл. 2.)</p> <p>В. Н. Емельянов. . Введение в теорию разностных схем: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2006 (Гл. 2-3.)</p> <p>В. И. Киреев. .</p>   | 4 |

|  |   |   |
|--|---|---|
|  | Численные методы в примерах и задачах: Санкт-Петербург: Лань, 2022 (Гл. 1-3.)<br>А. А. Самарский. . Введение в численные методы: СПб.: Лань, 2005 (Гл. 3.)  |   |
| Итого по разделу 3   |   | 7 |
| <b>Раздел 4. Свойства разностных схем.</b>   |   |   |
| 1. Погрешность аппроксимации РС. Согласованность РС. Устойчивость РС. Сходимость РС. 2. Исследование устойчивости РС. Метод Неймана исследования устойчивости РС.  | В. И. Киреев. . Численные методы в примерах и задачах: Санкт-Петербург: Лань, 2022 (Гл. 1-2.)<br>А. А. Самарский. . Введение в численные методы: СПб.: Лань, 2005 (Гл. 3.)<br>А. А. Самарский, А. В. Гулин. . Численные методы: М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1989 (Гл. 2.)<br>Е. Н. Жидков. . Вычислительная математика: М.: Академия, 2013 (Гл. 2-3.)<br>В. Н. Емельянов. . Введение в теорию разностных схем: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2006 (Гл. 2-4.) | 2 |
| 1. Пример использования метода Неймана для исследования устойчивости простой явной схемы, применённой для решения одномерного уравнения теплопроводности (ДУЧП параболического типа). 2. Пример использования метода Неймана для исследования устойчивости метода против потока, применённого для одномерного волнового уравнения первого порядка (ДУЧП гиперболического типа). 3. Пример использования метода Неймана для исследования устойчивости простой явной схемы, применённой для решения двухмерного уравнения теплопроводности (многомерные ДУЧП). |   | 2 |
| 1. Связь между аппроксимацией, согласованностью, устойчивостью и сходимостью РС. Теорема Лакса о сходимости 2. Дивергентная форма записи ДУЧП и их систем, консервативность разностных схем. 3. Оценка погрешности вычислений при использовании метода конечных разностей для решения ДУЧП.  |   | 2 |
| 1. Дифференциальное приближение (модифицированное уравнение). Пример вывода дифференциальное приближение (модифицированное уравнение) для метода против потока, применённого для одномерного волнового уравнения первого порядка. 2. Качественные свойства разностных схем (позитивность, монотонность, диссипация – численная вязкость, дисперсия, диффузия РС, амплитудные, фазовые ошибки и др.).   |   | 2 |
| Итого по разделу 4   |   | 8 |
| <b>Раздел 5. ДУЧП гиперболического типа.</b>   |   |   |
| 1. Примеры ДУЧП и систем ДУЧП гиперболического типа, применяющихся для моделирования разнообразных процессов при разработке новых образцов авиаракетной и космической техники. 2. Применение метода конечных разностей для уравнений гиперболического типа (на примере волновых уравнений  | М. М. Степанов, С. К. Савельев. . Численные методы в ракетостроении: СПб.БГТУ   | 2 |
| 1. Явные методы Эйлера. 2. Метод против потока. Схема Лакса. 3.  |   | 3 |

|  |  |   |
|--|--|---|
| Неявный метод Эйлера. 4. Методы Лакса-Вендроффа (одношаговый, двухшаговый). 5. Метод Мак-Кормака. 6. Двухшаговый метод Бима – Уорминга. 7. Методы третьего порядка точности (трехшаговые методы Уорминга, Русанова).   | "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2019 (Ч.2.)  |   |
| Подготовка к практическому занятию : Выполнение практической работы на тему: Методы решения гиперболических уравнений (на примере одно-мерного волнового уравнения первого порядка). Исследование свойств (двух-четырех – предложенных преподавателем) разностных схем (РС) из следующих: РС Эйлера (1-ая и 2-ая). Схема против потока. Схема Лакса. Схе-ма Лакса-Вендроффа. Схема Мак-Кормака. Схема Бима-Уорминга. Схемы 3-го порядка точности. Аппроксимация, согласованность, устойчивость, сходимости РС. Критерии устойчиво-сти. Диссипативные и дисперсионные ошибки. Качественные отличия схем первого и второго порядков точности для этих уравнений.   | М. М. Степанов, С. Э. Волосастов, В. И. Семенцов. . Численные методы механики сплошной среды: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2007 (Гл. 1.) А. А. Самарский. . Введение в численные методы: СПб.: Лань, 2005 (Гл. 4.) Е. Н. Жидков. . Вычислительная математика: М.: Академия, 2013 (Гл. 3-4.) В. Н. Емельянов. . Введение в теорию разностных схем: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2006 (Гл. 4.) В. И. Киреев. . Численные методы в примерах и задачах: Санкт-Петербург: Лань, 2022 (Гл. 4.) | 3 |
| Итого по разделу 5   |  | 8 |
| <b>Раздел 6. ДУЧП параболического типа.</b>  |  |   |
| 1. Примеры ДУЧП и систем ДУЧП параболического типа, применяющихся для моделирования разнообразных процессов при разработке новых образцов авиаракетной и космической техники. 2. Применение метода конечных разностей для уравнений параболического типа (на примере одномерного уравнения теплопроводности). 3. Простой явный метод, простой неявный метод. Их пре-имущества и недостатки. 4. Комбинированные методы. Метод Кранка-Николсона. 5. Метод Дюфорта-Франкеля. 6. Явный метод переменных направлений (методы Саульева, Барраката-Кларка, Ларкина). 7. Методы решения двумерных уравнений теплопроводности. 8. Методы: простой явный, простой неявный. Комбинированный метод. Метод Кранка – Николсона. 9. Неявный | В. И. Киреев. . Численные методы в примерах и задачах: Санкт-Петербург: Лань, 2022 (Гл. 5.) В. Н. Емельянов. . Введение в теорию разностных  | 2 |

|  |   |   |
|--|---|---|
| метод переменных направлений. 10. Метод дробных шагов (метод расщепления, метод Н.Н. Яненко). Метод классики.  | схем: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2006 (Гл. 5.) А. А. Самарский, А. В. Гулин. . Численные методы: М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1989 (Гл. 2-5.) Е. Н. Жидков. . Вычислительная математика: М.: Академия, 2013 (Гл. 4.) М. М. Степанов, С. Э. Волосастов, В. И. Семенцов. . Численные методы механики сплошной среды: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2007 (Гл. 2.) А. А. Самарский. . Введение в численные методы: СПб.: Лань, 2005 (Гл. 3-5.) М. М. Степанов, С. К. Савельев. . Численные методы в ракетостроении: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2019 (Ч. 2.) | 3 |
| Подготовка к практическому занятию: Выполнение практической работы на тему: Методы решения параболических уравнений (на примере одномерного уравнения теплопроводности). Исследование свойств (двух – предложенных преподавателем) явных РС из следующих: простой явный метод; явные методы переменных направлений (методы Саульева, Бараката-Кларка, Ларкина).  |   |   |
| Подготовка к практическому занятию: Выполнение практической работы на тему: Методы решения параболических уравнений (на примере одно-мерного уравнения теплопроводности). Исследование свойств (двух – предложенных преподавателем) неявных РС из следующих: простой неявный метод; комбинированные методы; метод Кран-ка-Николсона; метод Дюфорта-Франкеля и др.  |   | 3 |
| Итого по разделу 6   |   | 8 |
| <b>Раздел 7. ДУЧП эллиптического типа.</b>   |   |   |
| 1. Примеры ДУЧП и систем ДУЧП эллиптического типа, применяющихся для моделирования разнообразных процессов при разработке новых образцов авиаракетной и космической техники. 2. Применение метода конечных разностей для уравнений эллиптического типа (на примере уравнений Лапласа и Пуассона). Итерационные методы. Пятиточечная схема Рунге. Девятиточечная схема высокого порядка. 3. Принцип установления. 4. Примеры конечноразностных схем для решения двухмерного уравнения Лапласа, использующих принцип установления. | А. А. Самарский, А. В. Гулин. . Численные методы: М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1989 (Гл. 7.) А. А. Самарский. . Введение в численные   | 2 |
| Подготовка к практическому занятию: Выполнение практической работы на тему: Методы решения эллиптических уравнений, (на примере дву-мерного уравнения Лапласа). 1. «Прямой» метод Рунге  |   | 3 |

|  |  |   |
|--|--|---|
| (схема «крест», метод Либмана). 2. Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Методы простой итерации и Гаусса-Зейделя. Точность метода. Сходимость метода. Метод «верхней/нижней релаксации».  | методы: СПб.: Лань, 2005 (Гл. 4-6.)<br>В. Н. Емельянов. . Введение в теорию разностных схем: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2006 (Гл. 6.)<br>М. М. Степанов, С. Э. Волосастов, В. И. Семенцов. . Численные методы механики сплошной среды: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2007 (Гл. 3.)<br>В. И. Киреев. . Численные методы в примерах и задачах: Санкт-Петербург: Лань, 2022 (Гл. 5-7.)<br>М. М. Степанов, С. К. Савельев. . Численные методы в ракетостроении: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2019 (Ч. 2.)<br>Е. Н. Жидков. . Вычислительная математика: М.: Академия, 2013 (Гл. 4-5.) |   |
| Подготовка к практическому занятию: Выполнение практической работы на тему: Методы решения эллиптических уравнений (на примере двумерного уравнения Лапласа), основанные на применении «принципа установления»: Исследование свойств одной из следующих РС: простой явный метод; метод Яненко Н.Н.; неявный метод переменных направлений; метод классики и др.   |  | 3 |
| Итого по разделу 7   |  | 8 |
| <b>Раздел 8. Обзор численных методов механики сплошной среды.</b>  |  |   |
| 1. Обзор задач, возникающих при разработке новых образцов авиаракетной и космической техники, в которых применяются данные методы. 2. Краткая характеристика программных комплексов ANSYS, KompasFlow, FlowVision, Star-CD, Solidworks   | В. Н. Емельянов, С. О. Здоровенин, С. С. Краев. . ANSYS-практикум: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2005 (Гл. 1.)  | 3 |
| Введение в некоторые специальные методы, применяемые для проведения численных экспериментов в авиаракетостроении: 1. Метод характеристик. 2. Методы сквозного счета (схема Годунова). 3. Метод прямых 4. Метод интегральных соотношений Дородницына. 5. Метод Теленина. 6. Метод крупных частиц (Белоцерковского-Давыдова). 7. Метод частиц в ячейках. 8. Метод конечных элементов (объемов). 9. Особенности решения ДУЧП с малым параметров при старшей |  | 3 |

|   |   |   |
|---|---|---|
| производной. Методы решения “релаксационных” уравнений (“околоравновесная кинетика” – “жесткие” уравнения). | Н. Р. Туркина. .<br>Проектирование<br>в среде<br>SolidWorks:<br>СПб.БГТУ<br>"ВОЕНМЕХ"<br>им. Д. Ф.<br>Устинова, 2017<br>(Гл. 1.)<br>В. Н.<br>Емельянов. .<br>Введение в<br>теорию<br>разностных<br>схем: СПб.БГТУ<br>"ВОЕНМЕХ"<br>им. Д. Ф.<br>Устинова, 2006<br>(Гл. 8.)<br>М. В. Мурашов,<br>С. Д. Панин. .<br>Решение задач<br>механики<br>сплошной среды<br>в программном<br>комплексе<br>ANSYS: М.:<br>Изд-во МГТУ<br>им. Н. Э.<br>Баумана, 2009<br>(Гл. 1.) |   |
| Итого по разделу 8  |   | 6 |

## ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Фонд оценочных средств, позволяющие оценить результаты обучения по данной дисциплине, включают в себя:

- диагностическая работа
- вопросы для текущего контроля;
- вопросы/задания по темам ПЗ;
- экзамен.

### Критерии оценивания

#### Диагностическая работа

Диагностическая работа проводится в форме теста в ЭИОС Moodle:

- при правильном ответе менее чем на 60% вопросов - не аттестация;
- при правильном ответе на 60% вопросов и более - аттестация.

#### Вопросы для текущего контроля

1. Примеры дифференциальных уравнений в частных производных (ДУЧП) различных типов и их систем, применяемых при моделировании в авиаракетостроении.
2. ДУЧП. «Физическая» классификация.
3. ДУЧП. «Математическая» классификация ДУЧП 2-го порядка функций 2-х переменных.
4. ДУЧП. Понятие характеристик на примере ДУЧП 1-го порядка функций 2-х переменных.
5. ДУЧП. Классификация с помощью характеристик ДУЧП 2-го порядка функций 2-х переменных.
6. ДУЧП. Идея метода конечных разностей
7. ДУЧП. Разностное выражение для частных производных.
8. ДУЧП. Краевые условия. Корректная постановка краевой задачи.
9. ДУЧП. Явные и неявные разностные схемы.
10. ДУЧП. Согласованность, устойчивость, сходимость разностных схем.
11. ДУЧП. Теорема Лакса.
12. ДУЧП. Метод Неймана для анализа устойчивости.
13. ДУЧП. Метод «по потоку» (1-ый метод Эйлера) для ДУЧП гиперболического типа: одномерного волнового уравнения 1-го порядка.
14. ДУЧП. Метод «против потока» для ДУЧП гиперболического типа: одномерного волнового уравнения 1-го порядка.
15. ДУЧП. Модифицированное уравнение метода «против потока» для одномерного волнового уравнения 1-го порядка.
16. ДУЧП. Диссипативные и дисперсионные ошибки.
17. ДУЧП. Амплитудные и фазовые ошибки.
18. ДУЧП. 2-ой метод Эйлера и метод Лакса для решения ДУЧП гиперболического типа: одномерного волнового уравнения 1-го порядка.
19. ДУЧП. Схемы 2-го порядка точности для ДУЧП гиперболического типа: одномерного волнового уравнения 1-го порядка
20. ДУЧП. Особенности решения параболических уравнений. Простой явный, простой неявный методы, метод Кранка-Николсона решения одномерного уравнения теплопроводности.
21. ДУЧП. Комбинированные методы решения одномерного уравнения теплопроводности.
22. ДУЧП. Особенности решения параболических уравнений. Явный метод переменных направлений Саульева. решения одномерного уравнения теплопроводности.
23. ДУЧП. Особенности решения параболических уравнений. Явный метод переменных направлений Барраката-Кларка. решения одномерного уравнения теплопроводности.
24. ДУЧП. Особенности решения многомерных параболических уравнений. Простой явный метод.
25. ДУЧП. Особенности решения многомерных параболических уравнений. Просто неявный метод.
26. ДУЧП. Особенности решения многомерных параболических уравнений. Метод Кранка-Николсона решения двухмерного уравнения теплопроводности.
27. ДУЧП. Особенности решения многомерных параболических уравнений. Идея метода расщепления. Неявный метод переменных направлений.
28. ДУЧП. Особенности решения многомерных параболических уравнений. Идея метода расщепления. Метод Н.Н. Яненко решения двухмерного уравнения теплопроводности.
29. ДУЧП. Особенности решения эллиптических уравнений. Метод Рунге для решения уравнения ДУЧП

Лапласа.

30.ДУЧП. Особенности решения эллиптических уравнений. Принцип установления. Неявный метод переменных направлений решения ДУЧП Лапласа.

31.ДУЧП. Особенности решения эллиптических уравнений. Принцип установления. Метод Н.Н. Яненко решения ДУЧП Лапласа.

### **Вопросы/задания по темам ПЗ**

Допуск к выполнению практических работ (ПР) осуществляется на основе собеседования по вопросам, связанным с целью и задачами выполнения ПР.

Отчет по практической работе представляется в печатном виде в формате, предусмотренном шаблоном отчета по практическому занятию. Защита отчета проходит в форме доклада студента по выполненной работе и ответов на вопросы преподавателя.

Критерии оценивания: в случае если оформление отчета, доклад студента по выполненной работе и ответы на вопросы преподавателя во время защиты соответствуют требованиям, предъявляемым к знаниям студента по данному практическому занятию, отчет по практическому занятию считается принятым.

Основаниями для дополнительной доработки отчета являются:

- небрежное выполнение,
- низкое качество графического материала (неверный выбор масштаба чертежей, отсутствие указания единиц измерения на графиках),

Отчет не может быть принят и подлежит доработке в случае:

- отсутствия необходимых разделов,
- отсутствия необходимого графического материала,
- некорректной обработки результатов.

Шаблоны отчетов по практическим работам;

Практическая работа, выполняемая в ходе практического занятия № 1-3 (раздел № 5)

«Методы решения гиперболических уравнений (на примере одномерного волнового уравнения первого порядка)»

В отчете необходимо представить:

1. Постановку задачи.
2. Математическую модель.
3. Краткую характеристику исследуемых методов
4. Анализ полученных результатов и соответствующие выводы.
5. Распечатку полученных результатов.
6. Графики начального положения скачка, промежуточных и конечного его положений для рассматриваемых методов при различных значениях чисел Куранта.

Контрольные вопросы.

1. Уравнение гиперболического типа, начальные и граничные условия.
2. Корректно поставленные задачи для уравнений гиперболического типа.
3. Схемы, применяемые в лабораторной работе, их свойства :

- шаблон;
- явность и/или неявность;
- аппроксимация;
- согласованность;
- устойчивость;
- критерии устойчивости;
- сходимость;
- численная вязкость;
- характер получаемых ошибок;
- дисперсия, диссипация, диффузия;
- анализ модифицированного уравнения;
- сравнение с другими схемами.

Практическая работа, выполняемая в ходе практического занятия № 4-5 (раздел № 6), «Методы решения параболических уравнений (на примере одномерного уравнения теплопроводности)»

В отчете необходимо представить:

1. Постановка задачи.
2. Математическая модель.
3. Краткая характеристика исследуемых методов
4. Анализ полученных результатов и соответствующие выводы.
5. Распечатка полученных результатов.

6. Графики распределения температуры в стержне в различные промежутки времени для всех рассматриваемых методов при различных значениях чисел 'R' или 'C'.

Контрольные вопросы.

1. Уравнение параболического типа, начальные и граничные условия.
2. Корректно поставленные задачи для уравнений параболического типа.
3. Схемы, применяемые в лабораторной работе, их свойства :
  - шаблон;
  - явность и/или неявность;
  - аппроксимация;
  - согласованность;
  - устойчивость;
  - критерии устойчивости;
  - сходимость;
  - численная вязкость;
  - характер получаемых ошибок;
  - дисперсия, диссипация, диффузия;
  - анализ модифицированного уравнения;
  - сравнение с другими схемами.

Практическая работа, выполняемая в ходе практического занятия № 5-6 (раздел № 6), «Методы решения параболических уравнений (на примере одномерного уравнения теплопроводности)»

В отчете необходимо представить:

1. Постановка задачи.
2. Математическая модель.
3. Краткая характеристика исследуемых методов
4. Анализ полученных результатов и соответствующие выводы.
5. Распечатка полученных результатов.
6. Графики распределения температуры в стержне в различные промежутки времени для всех рассматриваемых методов при различных значениях чисел 'R' или 'C'.

Контрольные вопросы

1. Явные и неявные разностные с
2. Схемы, применяемые в лабораторной работе, их свойства :
  - шаблон;
  - явность и/или неявность;
  - аппроксимация;
  - согласованность;
  - устойчивость;
  - критерии устойчивости;
  - сходимость;
  - численная вязкость;
  - характер получаемых ошибок;
  - дисперсия, диссипация, диффузия;
  - анализ модифицированного уравнения;
  - сравнение с другими схемами.
3. Методы решения СЛАУ. Метод трехточечной прогонки – алгоритм, свойства.

Практическая работа, выполняемая в ходе практического занятия № 7-8 (раздел № 7), «Методы решения эллиптических уравнений, (на примере двумерного уравнения Лапласа)»

В отчете необходимо представить:

1. Постановка задачи.
2. Математическая модель.
3. Краткая характеристика рассматриваемых методов.
4. Анализ полученных результатов и соответствующие выводы.
5. График  $Iter=F(\omega)$ .
6. График  $Iter=F(\epsilon)$ .
7. Примерная картина поля температур (изолиний).

Контрольные вопросы.

1. Уравнение эллиптического типа, краевые условия.
2. Корректно поставленные задачи для уравнений эллиптического типа.
3. Схемы, применяемые в лабораторной работе, их свойства:
  - шаблон;

- явность и/или неявность;
- аппроксимация;
- согласованность;
- устойчивость;
- критерии устойчивости;
- сходимость;
- характер получаемых ошибок;
- дисперсия, диссипация, диффузия;
- анализ модифицированного уравнения;
- сравнение с другими схемами.

4. Прямые и итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Метод Гаусса-Зайделя, метод последовательной верхней релаксации

Практическая работа, выполняемая в ходе практического занятия № 8-9 (раздел № 7), «Методы решения эллиптических уравнений, (на примере двумерного уравнения Лапласа)»

В отчете необходимо представить:

1. Постановка задачи.
2. Математическая модель.
3. Краткая характеристика рассматриваемых методов.
4. Анализ полученных результатов и соответствующие выводы.
5. График  $Iter=F(\epsilon)$ .
6. Примерная картина поля температур (изолиний).

Контрольные вопросы.

1. Принцип установления.
2. Корректно поставленные задачи для уравнений эллиптического типа.
3. Схемы, применяемые в лабораторной работе, их свойства:
  - шаблон;
  - явность и/или неявность;
  - аппроксимация;
  - согласованность;
  - устойчивость;
  - критерии устойчивости;
  - сходимость;
  - характер получаемых ошибок;
  - дисперсия, диссипация, диффузия;
  - анализ модифицированного уравнения;
  - сравнение с другими схемами.

### Экзамен

Экзамен:

Допуском к экзамену является успешное прохождение текущего контроля и сдача практических работ.

Критерии оценивания:

Минимальные требования, предъявляемые к студенту для положительной оценки знаний на экзамене. Оценка “Отлично” выставляется студенту, прочно усвоившему программный материал, исчерпывающе, грамотно и логически стройно его излагающему. При этом студент не затрудняется с ответом при видоизменении вопроса, свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний, показывает знакомство с литературой, правильно обосновывает принятые решения. Оценка “Хорошо” выставляется студенту, знающему программный материал, грамотно и по существу излагающему его, который не допускает существенных неточностей в ответе на вопрос, правильно применяет теоретические положения при решении практических вопросов и задач, владеет необходимыми навыками и приемами их выполнения. Оценка “Удовлетворительно” выставляется студенту, который имеет знания только основного материала, но не усвоил деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушения последовательности в изложении программного материала. Оценка “Неудовлетворительно” выставляется студенту, который не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки, неуверенно, с большими затруднениями пытается ответить на вопросы.

Примерный перечень вопросов, выносимых на экзамен.

1. Примеры дифференциальных уравнений в частных производных (ДУЧП) различных типов и их

систем, применяемых при моделировании в авиаракетостроении.

2.ДУЧП. «Физическая» классификация.

3.ДУЧП. «Математическая» классификация ДУЧП 2-го порядка функций 2-х переменных.

4.ДУЧП. Понятие характеристик на примере ДУЧП 1-го порядка функций 2-х переменных.

5.ДУЧП. Классификация с помощью характеристик ДУЧП 2-го порядка функций 2-х переменных.

6.ДУЧП. Идея метода конечных разностей

7.ДУЧП. Разностное выражение для частных производных.

8.ДУЧП. Краевые условия. Корректная постановка краевой задачи.

9.ДУЧП. Явные и неявные разностные схемы.

10.ДУЧП. Согласованность, устойчивость, сходимость разностных схем.

11.ДУЧП. Теорема Лакса.

12.ДУЧП. Метод Неймана для анализа устойчивости.

13.ДУЧП. Метод «по потоку» (1-ый метод Эйлера) для ДУЧП гиперболического типа: одномерного волнового уравнения 1-го порядка.

14.ДУЧП. Метод «против потока» для ДУЧП гиперболического типа: одномерного волнового уравнения 1-го порядка.

15.ДУЧП. Модифицированное уравнение метода «против потока» для одномерного волнового уравнения 1-го порядка.

16.ДУЧП. Диссипативные и дисперсионные ошибки.

17.ДУЧП. Амплитудные и фазовые ошибки.

18.ДУЧП. 2-ой метод Эйлера и метод Лакса для решения ДУЧП гиперболического типа: одномерного волнового уравнения 1-го порядка.

19.ДУЧП. Схемы 2-го порядка точности для ДУЧП гиперболического типа: одномерного волнового уравнения 1-го порядка

20.ДУЧП. Особенности решения параболических уравнений. Простой явный, простой неявный методы, метод Кранка-Николсона решения одномерного уравнения теплопроводности.

21.ДУЧП. Комбинированные методы решения одномерного уравнения теплопроводности.

22.ДУЧП. Особенности решения параболических уравнений. Явный метод переменных направлений Саульева. решения одномерного уравнения теплопроводности.

23.ДУЧП. Особенности решения параболических уравнений. Явный метод переменных направлений Барраката-Кларка. решения одномерного уравнения теплопроводности.

24.ДУЧП. Особенности решения многомерных параболических уравнений. Простой явный метод.

25.ДУЧП. Особенности решения многомерных параболических уравнений. Просто неявный метод,

26.ДУЧП. Особенности решения многомерных параболических уравнений. Метод Кранка-Николсона решения двухмерного уравнения теплопроводности.

27.ДУЧП. Особенности решения многомерных параболических уравнений. Идея метода расщепления. Неявный метод переменных направлений.

28.ДУЧП. Особенности решения многомерных параболических уравнений. Идея метода расщепления. Метод Н.Н. Яненко решения двухмерного уравнения теплопроводности.

29.ДУЧП. Особенности решения эллиптических уравнений. Метод Рунге для решения уравнения ДУЧП Лапласа.

30.ДУЧП. Особенности решения эллиптических уравнений. Принцип установления. Неявный метод переменных направлений решения ДУЧП Лапласа.

31.ДУЧП. Особенности решения эллиптических уравнений. Принцип установления. Метод Н.Н. Яненко решения ДУЧП Лапласа

| КУРС                | СЕМЕСТР | Наименование разделов и дидактических единиц               | ВСЕГО | Аудиторные занятия в контактной форме |        |                      | Самостоятельная работа студентов | Формируемая компетенция, % | НАИМЕНОВАНИЕ ОЦЕНОЧНОГО СРЕДСТВА                            |
|---------------------|---------|--|-------|---------------------------------------|--------|----------------------|----------------------------------|----------------------------|---|
|                     |         |  |       | ВСЕГО                                 | Лекции | Практические занятия |                                  | ПК-8.2                     |   |
| 3                   | 5       | Раздел 1. Введение.  | 11    | 5                                     | 3      | 2                    | 6                                | 5                          | Вопросы для текущего контроля                               |
| 3                   | 5       | Раздел 2. Классификация ДУЧП.                              | 10    | 4                                     | 2      | 2                    | 6                                | 10                         | Вопросы для текущего контроля                               |
| 3                   | 5       | Раздел 3. Основы метода конечных разностей.                | 12    | 5                                     | 3      | 2                    | 7                                | 10                         | Вопросы для текущего контроля                               |
| 3                   | 5       | Раздел 4. Свойства разностных схем.                        | 16    | 8                                     | 5      | 3                    | 8                                | 10                         | Вопросы для текущего контроля                               |
| 3                   | 5       | Раздел 5. ДУЧП гиперболического типа.                      | 16    | 8                                     | 6      | 2                    | 8                                | 20                         | Вопросы для текущего контроля, Вопросы/ задания по темам ПЗ |
| 3                   | 5       | Раздел 6. ДУЧП параболического типа.                       | 16    | 8                                     | 6      | 2                    | 8                                | 20                         | Вопросы для текущего контроля, Вопросы/ задания по темам ПЗ |
| 3                   | 5       | Раздел 7. ДУЧП эллиптического типа.                        | 16    | 8                                     | 6      | 2                    | 8                                | 20                         | Вопросы для текущего контроля, Вопросы/ задания по темам ПЗ |
| 3                   | 5       | Раздел 8. Обзор численных методов механики сплошной среды. | 11    | 5                                     | 3      | 2                    | 6                                | 5                          | Вопросы для текущего контроля                               |
| Всего за 5 семестр  |         |  | 108   | 51                                    | 34     | 17                   | 57                               | 100                        |   |
| Всего по дисциплине |         |  | 108   | 51                                    | 34     | 17                   | 57                               | 100                        |   |



**ПК-8.2 - Способен применять математические методы для создания цифровых моделей и проведения анализа функционирования ракетных систем**

- № 1 Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ  
Что такое неявные методы решения дифференциальных уравнений в частных производных?
- № 2 Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ  
Что такое устойчивость конечно-разностных методов (КРМ) для решения дифференциального уравнения в частных производных?
- № 3 Прочитайте текст и установите соответствие  
Установите соответствие типа дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка функции двух аргументов (ДУЧП):
1. ДУЧП гиперболического типа;
  2. ДУЧП параболического типа;
  3. ДУЧП эллиптического типа.
- а. ДУЧП не имеет вещественных характеристик;
- б. ДУЧП имеет две вещественные характеристики;
- в. ДУЧП имеет одну вещественную характеристику.
- № 4 Прочитайте текст и установите последовательность  
Установите последовательность порядка погрешности аппроксимации (по мере возрастания) решения дифференциального уравнения в частных производных (ДУЧП) - одномерного волнового уравнения первого порядка:
1. метод Лакса-Вендроффа;
  2. неявный метод Эйлера;
  3. метод Рунгута
- № 5 Прочитайте текст и установите последовательность  
Установите последовательность величины числа Куранта (по мере его убывания) при разных значениях шага по маршевой координате и неизменных остальных параметрах:
1. 0,8;
  2. 0,05;
  3. 0,02;
  4. 0,2
- № 6 Прочитайте текст, выберите правильный ответ и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа  
Если при решении ДУЧП реализуется стремление погрешности аппроксимации к нулю при измельчении сетки, то справедливо следующее утверждение:
1. конечно-разностная схема согласована;
  2. конечно-разностная схема устойчива;
  3. конечно-разностная схема сходится;
  4. конечно-разностная схема не согласована.
- № 7 Прочитайте текст, выберите правильный ответ и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа  
Одномерное волновое уравнение второго порядка является:

1. эллиптическим ДУЧП;
2. гиперболическим ДУЧП;
3. параболическим ДУЧП;
4. стационарным ДУЧП.

№ 8 Прочитайте текст и установите соответствие

Установите соответствие типа дифференциальных уравнений в частных производных (ДУЧП):

1. уравнение Лапласа;
2. одномерное волновое уравнение второго порядка;
3. одномерное уравнение теплопроводности.

а. параболическое;

б. эллиптическое;

в. гиперболическое.

№ 9 Прочитайте текст, выберите правильный ответ и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа

Если при решении дифференциального уравнения в частных производных (ДУЧП) реализуется стремление приближённого решения к точному решению ДУЧП при измельчении сетки, то справедливо следующее утверждение:

1. конечно-разностная схема согласована;
2. конечно-разностная схема устойчива;
3. конечно-разностная схема сходится;
4. конечно-разностная схема не согласована.

№ 10 Прочитайте текст, выберите правильные ответы и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответов

Двумерное ДУЧП уравнение Лапласа:

1. параболического типа;
2. не имеет вещественных характеристик;
3. эллиптического типа;
4. гиперболического типа.

№ 11 Прочитайте текст, выберите правильные ответы и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответов

Уравнение эллиптического типа:

1. требует задания только граничных условий
2. требует задания только начальных данных;
3. требует задания как начальных данных так и граничных условий;
4. не имеет вещественных характеристик.

№ 12 Прочитайте текст, выберите правильные ответы и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответов

Для решения систем линейных алгебраических уравнений используются следующие методы:

1. Метод Гаусса;
2. Метод Томаса;

3. Метод Неймана;

4. Метод Гаусса-Зейделя.