

УТВЕРЖДАЮ  
Декан факультета

\_\_\_\_\_ Знаменский Е.А.

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ УРАВНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Направление/специальность подготовки	15.03.03 Прикладная механика
Специализация/профиль/программа подготовки	Цифровые технологии в виброакустике и прочности
Уровень высшего образования	Бакалавриат
Форма обучения	Очная
Факультет	Е Оружие и системы вооружения
Выпускающая кафедра	Е5 ЭКОЛОГИЯ И ПРОИЗВОДСТВЕННАЯ БЕЗОПАСНОСТЬ
Кафедра-разработчик рабочей программы	Е7 МЕХАНИКА ДЕФОРМИРУЕМОГО ТВЕРДОГО ТЕЛА

КУРС	СЕМЕСТР	ОБЩАЯ ТРУДОЁМКОСТЬ (ЗАЧЕТНЫХ ЕДИНИЦ)	ЧАСЫ (по наличию видов занятий)									ВИД ПРОМЕЖУТОЧНОГО КОНТРОЛЯ
			ОБЩАЯ ТРУДОЁМКОСТЬ	АУДИТОРНЫЕ ЗАНЯТИЯ				САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА				
				ВСЕГО	ЛЕКЦИИ	ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ	ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ	ВСЕГО	КУРСОВОЙ ПРОЕКТ	КУРСОВАЯ РАБОТА	ДРУГИЕ ВИДЫ САМОСТ. РАБОТЫ	
3	5	3	108	34	17	0	17	74	0	0	74	зач.
3	6	4	144	68	34	0	34	76	0	0	76	экз.
ВСЕГО		7	252	102	51	0	51	150	0	0	150	

*ЛИСТ СОГЛАСОВАНИЯ*

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА СОСТАВЛЕНА В СООТВЕТСТВИИ С ТРЕБОВАНИЯМИ ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО СТАНДАРТА ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ (ФГОС ВО)**

**15.03.03 Прикладная механика**

год набора группы: 2025

Программу составил:

Кафедра Е7 МЕХАНИКА ДЕФОРМИРУЕМОГО ТВЕРДОГО ТЕЛА  
Лебедев Михаил Олегович, к.т.н., доцент

Программа рассмотрена  
на заседании кафедры-разработчика  
рабочей программы **Е7 МЕХАНИКА ДЕФОРМИРУЕМОГО ТВЕРДОГО ТЕЛА**

Заведующий кафедрой Санников В.А., д.т.н., доц.

Программа рассмотрена  
на заседании выпускающей кафедры

**Е5 ЭКОЛОГИЯ И ПРОИЗВОДСТВЕННАЯ БЕЗОПАСНОСТЬ**

Заведующий кафедрой Олейников А.Ю., к.т.н.

# **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ УРАВНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ**

## **Разделы рабочей программы**

1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ
2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП ВО
3. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ
4. ФОРМЫ КОНТРОЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ
5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ
6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

## **Приложения к рабочей программе дисциплины**

- Приложение 1. Аннотация рабочей программы
- Приложение 2. Технологии и формы обучения
- Приложение 3. Фонды оценочных средств

# 1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ОПК-1 — Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности

ОПК-11 — Способен выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлекать для их решения физико-математический аппарат и современные компьютерные технологии

Формированию компетенций служит достижение следующих результатов образования:

## **ОПК-1**

*знания:*

на уровне представлений:

- типы физических процессов, приводящих к уравнениям математической физики;
- классификация задач математической физики по типам уравнений (гиперболические, параболические, эллиптические);

на уровне воспроизведения:

- применение классификации задач математической физики по типу уравнений и видам дополнительных условий для выбора метода решения конкретных задач, в т.ч. с использованием специализированных математических пакетов (например, MATCAD);

- построение основных соотношений для численного решения задач (метод конечных разностей, метод конечных элементов);

- анализ полученных (в т.ч. численными методами) решений;

на уровне понимания:

- важности понимания изучение теоретических основ уравнений математической физики;;

*умения:*

вывод уравнения (системы уравнений) конкретных физических процессов, с учетом начальных и/или граничных условий;

*навыки:*

анализ конкретных различных физических процессов и построение их математических моделей (систем уравнений, начальные и граничные условия).

## **ОПК-11**

*знания:*

- типы физических процессов, приводящих к уравнениям математической физики;
- классификация задач математической физики по типам уравнений (гиперболические, параболические, эллиптические);

- классификация задач математической физики по видам дополнительных условий (задача Коши, граничные задачи);

- типы граничных условий различных задач математической физики;

на уровне воспроизведения:

- применение классификации задач математической физики по типу уравнений и видам дополнительных условий для выбора метода решения конкретных задач, в т.ч. с использованием специализированных математических пакетов (например, MATCAD);

- построение основных соотношений для численного решения задач (метод конечных разностей, метод конечных элементов);

на уровне понимания:

- важности понимания изучение теоретических основ уравнений математической физики;;

*умения:*

теоретические:

- вывода уравнения (системы уравнений) конкретных физических процессов;
- определение вида дополнительных условий (начальных и граничных) и форм и их математическая формулировка;

- оценка границ применимости полученной математической модели реальному физическому процессу;;

*навыки:*

- анализ конкретных различных физических процессов и построение их математических моделей (систем уравнений, начальные и граничные условия);

- аналитического решения простейших задач математической физики;.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП ВО

Дисциплина **УРАВНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ** является дисциплиной **обязательной части блока 1** программы подготовки по направлению *15.03.03 Прикладная механика*.

Содержание дисциплины является логическим продолжением дисциплин: **ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА, ФИЗИКА, ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА**.

Содержание дисциплины является основой для освоения дисциплин: **МАТЕМАТИЧЕСКИЕ И КОМПЬЮТЕРНЫЕ МОДЕЛИ ПРОЧНОСТИ И МЕХАНИКИ РАЗРУШЕНИЯ**.

Предварительные компетенции, сформированные у обучающегося до начала изучения дисциплины:

- ОПК-1 — Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности
- ОПК-11 — Способен выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлекать для их решения физико-математический аппарат и современные компьютерные технологии

### 3. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Общая трудоемкость дисциплины составляет 7 з.е., 252 ч.

#### 3.1. Содержание (дидактика) дисциплины

КУРС	СЕМЕСТР	Наименование разделов и дидактических единиц	ВСЕГО	Аудиторные занятия в контактной форме			Самостоятельная работа студентов	Формируемая компетенция, %	
				ВСЕГО	Лекции	Практические занятия		ОПК-1	ОПК-11
3	5	<b>Раздел 1. Задачи, приводящие к уравнениям математической физики. Начальные и краевые условия.</b> Уравнение малых поперечных колебаний струны. Уравнение малых продольных колебаний упругого стержня. Уравнение теплопроводности стержня. Поперечные колебания балки. Уравнение малых поперечных колебаний мембраны. Уравнение теплопроводности. 3-х мерный случай. Начальные и краевые условия. Типы краевых условий. Постановка краевых задач.	22	8	4	4	14	12	12
3	5	<b>Раздел 2. Уравнения математической физики и их классификация.</b> Канонические формы для линейных дифференциальных уравнений. Гиперболические, параболические, эллиптические уравнения. Преобразования координат. Линейное уравнение с постоянными коэффициентами. Линейное уравнение, не содержащее смешанной производной. Примеры задач.	13	3	2	1	10	10	10
3	5	<b>Раздел 3. Метод характеристик.</b> Характеристическое направление. Характеристика простого оператора $H[u]$ . Характеристическая форма оператора $h[u,v] = H_1[u] + H_2[v]$ . Характеристическая форма пары операторов $h[u,v]$ . Гиперболические системы с постоянными коэффициентами. Решение задачи Коши для одномерного волнового уравнения. Формула Даламбера. Решение задачи Коши для неоднородного волнового уравнения. Решение краевых задач на полупрямой. Отражение волн на закрепленных и на свободных концах. Решение задачи о распространении краевого режима на полупрямой.	35	11	5	6	24	12	12
3	5	<b>Раздел 4. Метод Фурье решения краевых задач.</b> Предварительные понятия. Сущность метода Фурье. Собственные функции и собственные значения. Основные свойства собственных функций и собственных значений. Некоторые свойства совокупности собственных функций. Решение неоднородных краевых задач методом Фурье. Применение метода Фурье к решению краевых задач эллиптического типа.	38	12	6	6	26	14	14
<b>Всего за 5 семестр</b>			108	34	17	17	74	48	48
3	6	<b>Раздел 5. Необходимые сведения из общих численных методов.</b> Понятие об ошибках вычислений. Численное дифференцирование. Численное интегрирование.	19	8	4	4	11	12	12
3	6	<b>Раздел 6. Задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений.</b> Одношаговые методы. Метод Эйлера. Методы Рунге-Кутты. Методы Эйлера и Рунге-Кутты для систем обыкновенных дифференциальных уравнений. Построение одношаговых методов высокого порядка. Многошаговые методы. Устойчивость численных методов. Жесткие уравнения.	35	16	8	8	19	14	14
3	6	<b>Раздел 7. Краевые задачи.</b> Метод конечных разностей для линейных краевых задач. Оценка ошибки усечения метода конечных разностей для линейных задач. Краевые задачи. Решение систем линейных дифференциальных уравнений. Методы коллокации, Бубнова-Галеркина и метод наименьших квадратов. Сравнение методов конечных разностей, коллокации, Бубнова-Галеркина и метод наименьших квадратов. Метод Рунге. Построение численного решения на основе вариационных формулировок. Аппроксимация сплайнами (метод конечных элементов). Численное решение систем линейных дифференциальных уравнений.	41	20	10	10	21	14	14
3	6	<b>Раздел 8. Численные методы решения уравнений в частных производных.</b> Уравнения параболического типа. Уравнения гиперболического типа. Уравнения эллиптического типа (двумерные уравнения теории упругости). Численное решение методом конечных разностей и методом конечных элементов. Вариационный метод построения конечных элементов для задач теории упругости.	49	24	12	12	25	12	12
<b>Всего за 6 семестр</b>			144	68	34	34	76	52	52
<b>Всего по дисциплине</b>			252	102	51	51	150	100	100

#### 3.2. Аудиторный практикум

№ п/п	Номер и наименование раздела дисциплины	Тема практического занятия	Объем, ауд. часов
1	Раздел 1. Задачи, приводящие к уравнениям	Формирование уравнений, описывающих различные физические процессы (колебания, теплопроводность).	2
2	математической физики. Начальные и краевые условия.	Задание начальных и краевых условий. Постановка задач для одномерного, двумерного и трехмерного случая.	2
3	Раздел 2. Уравнения математической	Определение типа уравнения и приведение его к каноническому виду. Получение уравнений характеристик	1

	физики и их классификация.		
4	Раздел 3. Метод характеристик.	Решение уравнений колебаний струны (уравнения гиперболического типа) методом характеристик. Решение задач для бесконечной и полубесконечной струны при различных начальных условиях и граничном условии (для полубесконечной струны).	6
5	Раздел 4. Метод Фурье решения краевых задач.	Решение задач колебания струны (уравнения гиперболического типа), нестационарной теплопроводности стержня (уравнения параболического типа) и стационарной теплопроводности пластины (уравнения эллиптического типа) методом Фурье. Решение задач при различных начальных условиях и граничных условиях.	6
<b>Всего за 5 семестр</b>			17
6	Раздел 5. Необходимые сведения из общих численных методов.	Численное дифференцирование функций. Оценка влияния шага дифференцирования на величину погрешности для различных схем численного дифференцирования.	4
7	Раздел 6. Задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений.	Решение дифференциального уравнения методом Эйлера. Решение дифференциального уравнения методом Хьюна. Решение дифференциального уравнения методом Рунге-Кутты 4-го порядка. Оценка влияния шага дифференцирования на величину погрешности для каждого метода. Решение систем ОДУ методами Эйлера и Рунге-Кутты.	8
8	Раздел 7. Краевые задачи.	Решение линейного дифференциального уравнения 2-го порядка методом конечных разностей (краевая задача). Решение системы 2-х линейных дифференциальных уравнений 1-го порядка методом конечных разностей (краевая задача). Решение линейного дифференциального уравнения 2-го порядка методом конечных элементов на основе метода Бубнова-Галеркина (краевая задача). Решение линейного дифференциального уравнения 2-го порядка методом конечных элементов на основе метода наименьших квадратов (краевая задача). Решение системы 2-х линейных дифференциальных уравнений 1-го порядка методом конечных элементов на основе метода Бубнова-Галеркина (краевая задача).	10
9	Раздел 8. Численные методы решения уравнений в частных производных.	Решение задачи одномерной нестационарной теплопроводности методом конечных разностей и методом конечных элементов. Решение задачи о поперечных колебаниях струны (продольных колебаниях стержня) методом конечных разностей и методом конечных элементов. Решение задачи эллиптического типа (кручение стержня некруглого сечения, стационарная двумерная теплопроводность и т.п.) методом конечных разностей и методом конечных элементов.	12
<b>Всего за 6 семестр</b>			34

### 3.3. Самостоятельная работа студента (СРС)

№ п/п	Номер и наименование раздела дисциплины	Содержание учебного задания	Объем, часов
1	Раздел 1. Задачи, приводящие к уравнениям математической физики. Начальные и краевые условия.	Самостоятельное углубленное изучение материала по теме "Колебания мембраны при различных начальных и граничных условиях".	7
2		Самостоятельное углубленное изучение материала по теме "Нестационарная теплопроводность пластины при различных начальных и граничных условиях".	7
3	Раздел 2. Уравнения математической физики и их классификация.	Самостоятельное углубленное изучение материала по теме "Определение типа/типов уравнения. Определение области (областей) определения типа/типов уравнения. Приведение уравнения к каноническому виду/видам. Получение уравнений характеристик".	10
4	Раздел 3. Метод	Самостоятельное углубленное изучение материала по теме "Решение	24

	характеристик.	задачи Коши для полубесконечной струны".	
5	Раздел 4. Метод Фурье решения краевых задач.	Самостоятельное углубленное изучение материала по теме "Решение методом Фурье уравнений гиперболического типа". Самостоятельное углубленное изучение материала по теме "Решение методом Фурье уравнений параболического типа". Самостоятельное углубленное изучение материала по теме "Решение методом Фурье уравнений эллиптического типа".	26
<b>Всего за 5 семестр</b>			74
6	Раздел 5. Необходимые сведения из общих численных методов.	Самостоятельное углубленное изучение материала по теме "Численное дифференцирование. Численное интегрирование." Самостоятельное углубленное изучение материала по теме "Решение систем линейных уравнений"	11
7	Раздел 6. Задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений.	Самостоятельное углубленное изучение материала по теме "Метод Эйлера. Методы Рунге-Кутты. Методы Эйлера и Рунге-Кутты для систем обыкновенных дифференциальных уравнений. Построение одношаговых методов высокого порядка. Многошаговые методы. Устойчивость численных методов. Жесткие уравнения".	19
8	Раздел 7. Краевые задачи.	Самостоятельное углубленное изучение материала по темам: • Сравнение методов конечных разностей, коллокации, Бубнова-Галеркина и метод наименьших квадратов; • Метод Рунге. Построение численного решения на основе вариационных формулировок; • Аппроксимация сплайнами (метод конечных элементов); • Численное решение систем линейных дифференциальных уравнений.	21
9	Раздел 8. Численные методы решения уравнений в частных производных.	Самостоятельное углубленное изучение материала по теме "Решение методом конечных элементов задачи двумерной нестационарной теплопроводности". Выполнение домашнего задания на тему "Решение методом конечных элементов задачи двумерной нестационарной теплопроводности".	25
<b>Всего за 6 семестр</b>			76

#### 4. ФОРМЫ КОНТРОЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

СЕМЕСТР	НЕДЕЛИ СЕМЕСТРА																
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
5	ТекК	ТекК	ТекК	ТекК	ТекК	ДР	ТекК	ТекК	ТекК, Контр.Р.	ДР	ТекК	ТекК	ТекК	ТекК	ТекК, Контр.Р.	ДР	ТекК, зач.
6	ТекК	ТекК	ТекК	ТекК	ТекК	ДР	ТекК	ТекК	ТекК	ДР	ТекК	ТекК	ТекК	ТекК	ТекК	ДР	ТекК, ДЗ

Условные обозначения:

- ДР – диагностическая работа;
- ТекК – вопросы для текущего контроля;
- Контр.Р. – контрольная работа;
- ДЗ – домашнее задание;
- зач. – зачет.

**Текущий контроль успеваемости** студентов проводится в дискретные временные интервалы в следующих формах:

- диагностическая работа;
- вопросы для текущего контроля;
- контрольная работа;
- домашнее задание.

**Промежуточная аттестация** проводится в формах:

- зачет;
- экзамен.



## 5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 5.1. Основная литература по дисциплине:

1. М. О. Лебедев. . Основы уравнений математической физики. СПб.: Изд-во БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2022, 27 экз.
2. М. О. Лебедев. . Решение задач математической физики на Mathcad. СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2014, 47 экз.
3. М. О. Лебедев. . Численные методы решения задач математической физики на MathCAD. СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2017, 77 экз.
4. М. О. Лебедев. . Численные методы решения уравнений математической физики. СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2012, 78 экз.
5. М. О. Лебедев. . Введение в уравнения математической физики. СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2011, 126 экз.
6. М. О. Лебедев. . Решение двумерных задач методом конечных элементов на Mathcad. СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2018, 37 экз.

### 5.2. Дополнительная литература по дисциплине:

не требуется.

### 5.3. Периодические издания:

не требуются.

### 5.4. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины, электронные библиотечные системы:

1. <http://library.voenmeh.ru/> — Библиотечно-издательский центр БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д.Ф. Устинова; — Фундаментальная библиотека БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова;
2. <http://library.voenmeh.ru/> — Библиотечно-издательский центр БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д.Ф. Устинова — Фундаментальная библиотека БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова.

### Современные профессиональные базы данных:

1. <https://rusneb.ru> – Национальная электронная библиотека (НЭБ);
2. <https://cyberleninka.ru/> - Научная электронная библиотека «Киберленинка»;  
<http://www.rfbr.ru/rffi/ru/library> - Полнотекстовая электронная библиотека Российского фонда фундаментальных исследований.

### Информационные справочные системы:

1. Техэксперт – Информационный портал технического регулирования: Нормы, правила, стандарты РФ;
2. [http://library.voenmeh.ru/jirbis2/index.php?option=com\\_irbis&view=irbis&Itemid=457](http://library.voenmeh.ru/jirbis2/index.php?option=com_irbis&view=irbis&Itemid=457) - БД ГОСТов собственной генерации БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова;
3. <http://www.consultant.ru/>- КонсультантПлюс- информационный портал правовой информации.

### 5.5. Программное обеспечение:

1. Mathcad Education - University Edition Term;
2. Mathcad 15.

### 5.6. Информационные технологии:

взаимодействие с обучающимися посредством ЭИОС Moodle БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова.

## **6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **6.1. Лекционные занятия:**

специализированные требования по оборудованию отсутствуют; аудитория с посадочными местами по количеству студентов; доска.

### **6.2. Практические занятия:**

1. Mathcad Education - University Edition Term;
2. Mathcad 15.

### **6.3. Прочее:**

1. рабочее место преподавателя, оснащенное компьютером с доступом в Интернет;
2. рабочие места студентов, оснащенные компьютерами с доступом в Интернет, предназначенные для работы в электронной образовательной среде.

### Аннотация рабочей программы

Дисциплина **УРАВНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ** является дисциплиной **обязательной части блока 1** программы подготовки по направлению *15.03.03 Прикладная механика*. Дисциплина реализуется на факультете *Е Оружие и системы вооружения* БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д.Ф. Устинова кафедрой *Е7 МЕХАНИКА ДЕФОРМИРУЕМОГО ТВЕРДОГО ТЕЛА*.

Дисциплина нацелена на формирование *компетенций*:

ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности;

ОПК-11 Способен выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлекать для их решения физико-математический аппарат и современные компьютерные технологии.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с математикой (математика, теория дифференциальных уравнений, информатика и т.п.), физикой (физика, теоретическая механика) и служит основой для освоения таких дисциплин, как динамика машин, теория упругости, строительная механика машин, устойчивость механических систем и т.п.

Программой дисциплины предусмотрены следующие **виды контроля**:

**Текущий контроль успеваемости** студентов проводится в дискретные временные интервалы в следующих формах:

- диагностическая работа;
- вопросы для текущего контроля;
- контрольная работа;
- домашнее задание.

**Промежуточная аттестация** проводится в формах:

- зачет;
- экзамен.

Общая трудоемкость освоения дисциплины составляет **7 з.е., 252 ч.** Программой дисциплины предусмотрены лекционные занятия (**51 ч.**), практические занятия (**51 ч.**), самостоятельная работа студента (**150 ч.**).

## ТЕХНОЛОГИИ И ФОРМЫ ОБУЧЕНИЯ

### Рекомендации по освоению дисциплины для студента

Трудоемкость освоения дисциплины составляет 252 ч., из них 102 ч. аудиторных занятий, и 150 ч., отведенных на самостоятельную работу студента.

Рекомендации по распределению учебного времени по видам самостоятельной работы и разделам дисциплины приведены в таблице.

Контроль освоения дисциплины производится в соответствии с Положением о текущем, рубежном контроле успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся.

Формы контроля и критерии оценивания приведены в приложении 3 к Рабочей программе.

Наименование работы	Рекомендуемая литература	Трудоемкость, час.
<b>Раздел 1. Задачи, приводящие к уравнениям математической физики. Начальные и краевые условия.</b>		
Самостоятельное углубленное изучение материала по теме "Колебания мембраны при различных начальных и граничных условиях".	М. О. Лебедев. . Основы уравнений математической физики: СПб.: Изд-во БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2022 (1)	7
Самостоятельное углубленное изучение материала по теме "Нестационарная теплопроводность пластины при различных начальных и граничных условиях".	М. О. Лебедев. . Решение задач математической физики на Mathcad: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2014 (1,2)	7
Итого по разделу 1		14
<b>Раздел 2. Уравнения математической физики и их классификация.</b>		
Самостоятельное углубленное изучение материала по теме "Определение типа/типов уравнения. Определение области (областей) определения типа/типов уравнения. Приведение уравнения к каноническому виду/видам. Получение уравнений характеристик".	М. О. Лебедев. . Введение в уравнения математической физики: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2011 (2,3) М. О. Лебедев. . Основы уравнений математической физики: СПб.: Изд-во БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2022 (2,3)	10
Итого по разделу 2		10
<b>Раздел 3. Метод характеристик.</b>		
Самостоятельное углубленное изучение материала по теме "Решение задачи Коши для полубесконечной струны".	М. О. Лебедев. . Основы уравнений математической физики: СПб.: Изд-во БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2022 (4) М. О. Лебедев. . Введение в уравнения математической физики: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2011 (4)	24

	М. О. Лебедев. . Решение задач математической физики на Mathcad: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2014 (3,4)	
Итого по разделу 3		24
<b>Раздел 4. Метод Фурье решения краевых задач.</b>		
Самостоятельное углубленное изучение материала по теме "Решение методом Фурье уравнений гиперболического типа". Самостоятельное углубленное изучение материала по теме "Решение методом Фурье уравнений параболического типа". Самостоятельное углубленное изучение материала по теме "Решение методом Фурье уравнений эллиптического типа".	М. О. Лебедев. . Введение в уравнения математической физики: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2011 (5) М. О. Лебедев. . Решение задач математической физики на Mathcad: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2014 (5,6,7,8) М. О. Лебедев. . Основы уравнений математической физики: СПб.: Изд-во БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2022 (5)	26
Итого по разделу 4		26
<b>Раздел 5. Необходимые сведения из общих численных методов.</b>		
Самостоятельное углубленное изучение материала по теме "Численное дифференцирование. Численное интегрирование." Самостоятельное углубленное изучение материала по теме "Решение систем линейных уравнений"	М. О. Лебедев. . Численные методы решения задач математической физики на MathCAD: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2017 (1) М. О. Лебедев. . Численные методы решения уравнений математической физики: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2012 (1)	11
Итого по разделу 5		11
<b>Раздел 6. Задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений.</b>		
Самостоятельное углубленное изучение материала по теме "Метод Эйлера. Методы Рунге-Кутты. Методы Эйлера и Рунге-Кутты для систем обыкновенных дифференциальных уравнений. Построение одношаговых методов высокого порядка. Многошаговые методы. Устойчивость численных методов. Жесткие уравнения".	М. О. Лебедев. . Численные методы решения уравнений математической физики: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2012 (2) М. О. Лебедев. . Численные методы решения задач математической физики на MathCAD: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2017 (2,3)	19
Итого по разделу 6		19
<b>Раздел 7. Краевые задачи.</b>		
Самостоятельное углубленное изучение материала по темам: • Сравнение методов конечных разностей, коллокации, Бубнова-	М. О. Лебедев. . Численные методы	21

Галеркина и метод наименьших квадратов; • Метод Рунге. Построение численного решения на основе вариационных формулировок; • Аппроксимация сплайнами (метод конечных элементов); • Численное решение систем линейных дифференциальных уравнений.	решения уравнений математической физики: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2012 (3,4) М. О. Лебедев. . Численные методы решения задач математической физики на MathCAD: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2017 (4,5)	
Итого по разделу 7		21
<b>Раздел 8. Численные методы решения уравнений в частных производных.</b>		
Самостоятельное углубленное изучение материала по теме "Решение методом конечных элементов задачи двумерной нестационарной теплопроводности". Выполнение домашнего задания на тему "Решение методом конечных элементов задачи двумерной нестационарной теплопроводности".	М. О. Лебедев. . Численные методы решения уравнений математической физики: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2012 (5,6) М. О. Лебедев. . Численные методы решения задач математической физики на MathCAD: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2017 (6,7,8) М. О. Лебедев. . Решение двумерных задач методом конечных элементов на Mathcad: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2018 (1,2,3,4,5)	25
Итого по разделу 8		25

## ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Фонд оценочных средств, позволяющие оценить результаты обучения по данной дисциплине, включают в себя:

- диагностическая работа
- вопросы для текущего контроля;
- контрольная работа;
- домашнее задание;
- экзамен;
- зачет.

### Критерии оценивания

#### Диагностическая работа

Диагностическая работа проводится в форме теста в ЭИОС Moodle:

- при правильном ответе менее чем на 60% вопросов - не аттестация;
- при правильном ответе на 60% вопросов и более - аттестация.

#### Вопросы для текущего контроля

1. Что понимается под термином "струна" при выводе уравнений малых поперечных колебаний?
2. Как направлена сила натяжения струны?
3. Что понимается по малыми поперечными колебаниями струны?
4. Что означает термин "нерастяжимая струна"?
5. Что следует из допущения о нерастяжимости струны?
6. Что понимается по малыми продольными колебаниями стержня?
7. Если погонная плотность струны является функцией координаты ( $\rho(x) \neq \text{const}$ ), то как будет выглядеть уравнение колебаний (внешние поперечные силы отсутствуют)?
8. Если поперечное сечение стержня является функцией координаты ( $S(x) \neq \text{const}$ ), то как будет выглядеть уравнение колебаний (внешние продольные силы отсутствуют)?
9. Какие начальные условия необходимо задавать при решении задачи о колебаниях струны?
10. Какие начальные условия необходимо задавать при решении задачи нестационарной теплопроводности стержня?
11. Укажите граничные условия для задачи продольных колебаний стержня, показанного на рисунке (преподаватель предлагает различные варианты).
12. Укажите граничные условия для задачи нестационарной теплопроводности стержня, показанного на рисунке (преподаватель предлагает различные варианты).
13. К какому типу относится уравнение (преподаватель предлагает различные варианты уравнений).

#### Контрольная работа

Контрольные работы проводятся в компьютерных классах с использованием системы MATHCAD. Решения контрольных работ представляются в рукописной форме, на которых должны быть представлены основные зависимости, показывающие ход решения задачи. Численный результат и графическое представление решения демонстрируется на компьютере. Каждый вариант контрольной работы содержит одну задачу.

Критерии оценивания: зачет / незачет.

#### Домашнее задание

Решение методом конечных элементов задачи двумерной нестационарной теплопроводности. Преподаватель задает форму пластины, условия теплообмена на сторонах пластины, теплофизические свойства материала пластины.

Оценивание выполнения домашнего задания:

Не удовлетворительно – домашнее задание не выполнено;

Удовлетворительно – по заданному условию задачи верно написано уравнение, граничные и начальные условия; сформирован функционал для решения задачи МКЭ; получено конечно-элементная модель области, в которой ищется решение;

Хорошо – получено решение стационарной задачи;

Отлично - задача решена в полном объеме, и правильно оформлена.

#### Экзамен

По результатам семестра оценивается по срокам выполнения лабораторных работ, домашнего задания с возможностью улучшения оценки ответом на теоретические вопросы (критерий - полнота ответа, владение терминологией, затраченное время на подготовку ответа). Обучающемуся задается два теоретических вопроса и задача.

Критерии оценивания на очном экзамене:

3 (удовлетворительно) - решена задача или даны полные ответы на оба теоретических вопроса;

4 (хорошо) - решена задача и дан полный ответ на один теоретический вопрос;

5 (отлично) - решена задача и даны полные ответы на оба теоретических вопроса.

1. Основные виды ошибок вычисления.
2. Численное дифференцирование функций. Схемы получения выражений для производных 1-го порядка функции одного аргумента. Порядок погрешностей различных схем.
3. Численное дифференцирование функций. Получение выражения для производной 2-го порядка функции одного аргумента. Порядок погрешности.
4. Численное дифференцирование функций. Схемы получения выражений для частных производных 1-го порядка для функции двух аргументов. Порядок погрешностей различных схем.
5. Численное дифференцирование функций. Получение выражения для частных производных 2-го порядка для функции двух аргументов. Порядок погрешности.
6. Методы численного интегрирования. Достоинства и недостатки различных методов.
7. Одношаговые методы. Метод Эйлера для одного дифференциального уравнения и для системы ДУ. Порядок погрешности метода.
8. Одношаговые методы. Методы Рунге-Кутты для одного дифференциального уравнения и для системы ДУ. Порядок погрешностей методов.
9. Многошаговые методы Адамса-Башфорта и Адамса-Моултона. Преимущества и недостатки многошаговых методов по сравнению с одношаговыми.
10. Устойчивость численных методов. Жесткие уравнения.
11. Метод конечных разностей для линейных краевых задач.
12. Оценка ошибки усечения метода конечных разностей для линейных задач.
13. Краевые задачи. Решение систем линейных дифференциальных уравнений.
14. Методы коллокации. Получение основных разрешающих соотношений. Достоинства и недостатки метода.
15. Метод Бубнова-Галеркина. Получение основных разрешающих соотношений. Достоинства и недостатки метода.
16. Метод наименьших квадратов. Получение основных разрешающих соотношений. Достоинства и недостатки метода.
17. Метод Рунге. Построение численного решения на основе вариационных формулировок.
18. Аппроксимация сплайнами (метод конечных элементов). Численное решение систем линейных дифференциальных уравнений.
19. Уравнения параболического типа. Численное решение методом конечных разностей. Получение основных разрешающих соотношений.
20. Уравнения параболического типа. Численное решение методом конечных элементов. Получение основных разрешающих соотношений.
21. Уравнения гиперболического типа. Численное решение методом конечных разностей. Получение основных разрешающих соотношений.
22. Уравнения гиперболического типа. Численное решение методом конечных элементов. Получение основных разрешающих соотношений.
23. Уравнения эллиптического типа (двумерные уравнения стационарной теплопроводности). Численное решение методом конечных разностей. Получение основных разрешающих соотношений.
24. Уравнения эллиптического типа (двумерные уравнения стационарной теплопроводности). Численное решение методом конечных элементов. Получение основных разрешающих соотношений.
25. Вариационный метод построения конечных элементов для задач теории упругости. Получение основных разрешающих соотношений для двумерных задач теории упругости.

Примеры теоретических вопросов:

1. Критерий устойчивости численного решения методом прогонки.
2. Граничные условия какого типа автоматически учитываются при численном решении методом конечных элементов с использованием вариационного метода?
3. Условие согласования шага по времени и размера сетки при решении нестационарных задач численными методами.

**Зачет**



По результатам семестра оценивается по срокам выполнения лабораторных работ с возможностью улучшения оценки ответом на теоретические вопросы (критерий - полнота ответа, владение терминологией, затраченное время на подготовку ответа). Обучающемуся задается один теоретический вопрос.

Оценка «зачтено»:

- систематизированные, глубокие и полные знания по всем разделам дисциплины, а также по основным вопросам, выходящим за пределы учебной программы;
- точное использование научной терминологии, систематически грамотное и логически правильное изложение ответа на вопросы;
- выраженная способность самостоятельно и творчески решать сложные проблемы и нестандартные ситуации;
- умение ориентироваться в теориях, концепциях и направлениях дисциплины и давать им критическую оценку, используя научные достижения других дисциплин;
- высокий уровень сформированности заявленных в рабочей программе компетенций;
- достаточно полные и систематизированные знания по дисциплине;
- умение ориентироваться в основных теориях, концепциях и направлениях дисциплины и давать им критическую оценку;
- использование научной терминологии, лингвистически и логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать обоснованные выводы;
- владение инструментарием по дисциплине, умение его использовать в постановке и решении научных и профессиональных задач;
- средний уровень сформированности заявленных в рабочей программе компетенций.

Оценка «не зачтено»:

- фрагментарные знания по дисциплине;
- отказ от ответа (выполнения письменной работы);
- неумение использовать научную терминологию;
- наличие грубых ошибок;
- низкий уровень культуры исполнения заданий;
- низкий уровень сформированности заявленных в рабочей программе компетенций.

1. Вывод уравнения малых поперечных колебаний струны.
2. Вывод уравнения малых продольных колебаний стержня.
3. Вывод уравнения нестационарной теплопроводности стержня.
4. Вывод уравнения малых поперечных колебаний мембраны.
5. Вывод уравнения трехмерной нестационарной теплопроводности.
6. Виды граничных условий с примерами.
7. Понятие характеристики.
8. Характеристическая форма системы 2-х операторов.
9. Вывод уравнения Д'Аламбера.
10. Доказательство 1-ой и 2-ой лемм для решения задач колебания струны на полупрямой.
11. Распространение краевого эффекта.
12. Суть метода Фурье. Получение общего вида решения для задач гиперболического типа.
13. Суть метода Фурье. Получение общего вида решения для задач параболического типа.
14. Основные свойства собственных значений задачи Штурма-Лиувилля.
15. Решение методом Фурье двумерных задач эллиптического типа.
16. Построение решения методом Фурье для неоднородных задач гиперболического типа.
17. Метод Фурье для решения двумерных задач гиперболического типа.
18. Метод Фурье для решения двумерных задач параболического типа.

Примеры теоретических вопросов:

1. Укажите собственные значения и собственные функции для задачи:

$$u_{tt}-u_{xx}=0$$

$$u(0,t)=0, u(l,t)=0$$

2. Укажите собственные значения и собственные функции для задачи:

$$u_t-u_{xx}=0$$

$$u_x(0,t)=0, u_x(l,t)=0$$

3. Укажите собственные значения и собственные функции для задачи:

$$u_{xx}+u_{yy}=0$$

$$u(0,y)=0, u(l,y)=0$$

$$u(x,0)=f_1(x),$$

$$u(x,l)=f_2(x)$$



КУРС	СЕМЕСТР	Наименование разделов и дидактических единиц	ВСЕГО	Аудиторные занятия в контактной форме			Самостоятельная работа студентов	Формируемая компетенция, %		НАИМЕНОВАНИЕ ОЦЕНОЧНОГО СРЕДСТВА
				ВСЕГО	Лекции	Практические занятия		ОПК-1	ОПК-11	
3	5	Раздел 1. Задачи, приводящие к уравнениям математической физики. Начальные и краевые условия.	22	8	4	4	14	12	12	Вопросы для текущего контроля
3	5	Раздел 2. Уравнения математической физики и их классификация.	13	3	2	1	10	10	10	Вопросы для текущего контроля
3	5	Раздел 3. Метод характеристик.	35	11	5	6	24	12	12	Вопросы для текущего контроля, Контрольная работа
3	5	Раздел 4. Метод Фурье решения краевых задач.	38	12	6	6	26	14	14	Вопросы для текущего контроля, Контрольная работа
Всего за 5 семестр			108	34	17	17	74	48	48	
3	6	Раздел 5. Необходимые сведения из общих численных методов.	19	8	4	4	11	12	12	Вопросы для текущего контроля
3	6	Раздел 6. Задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений.	35	16	8	8	19	14	14	Вопросы для текущего контроля
3	6	Раздел 7. Краевые задачи.	41	20	10	10	21	14	14	Вопросы для текущего контроля
3	6	Раздел 8. Численные методы решения уравнений в частных производных.	49	24	12	12	25	12	12	Вопросы для текущего контроля, Домашнее задание
Всего за 6 семестр			144	68	34	34	76	52	52	
Всего по дисциплине			252	102	51	51	150	100	100	

**ОПК-1 - Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности**

№ 1 Прочитайте текст и установите соответствие

Установите порядок погрешности для метода численного определения производной:

1.  $y' = (y(x+h) - y(x)) / h$
2.  $y' = (y(x+h) - y(x-h)) / (2 \cdot h)$
3.  $y' = (y(x) - y(x-h)) / h$
4.  $y'' = (y(x-h) - 2 \cdot y(x) + y(x+h)) / h^2$

А - первый порядок

Б - второй порядок

В - третий порядок

Г - четвертый порядок

№ 2 Прочитайте текст и установите соответствие

Функция зависит от 3-х аргументов:  $u(x,y,t)$ . Решение ищется в прямоугольной области, где  $0 \leq x \leq a$ ,  $0 \leq y \leq b$ . Установите соответствие между выражением и определением:

1.  $u(0,y,t) = U_1(y,t)$
2.  $u(x,y,0) = F_1(x,y)$
3.  $u'(x,b,t) = DU(x,t)$
4.  $u(x,0,t) = U_2(x,t)$

А. начальное условие

Б. граничное условие 1-го рода для вертикальной стороны области

В. граничное условие 2-го рода

Г. граничное условие 1-го рода для горизонтальной стороны области

№ 3 Прочитайте текст и установите последовательность

Укажите последовательность действий при решении двумерных задач эллиптического типа. Уравнение и все дополнительные условия известны.

1. Найти функцию от другого аргумента (отличного от аргумента собственной функции).
2. Найти собственные функции (как функции одного из аргументов) и собственные значения
3. Убедиться, что уравнение и пара граничных условия однородны
4. Определить начальные условия
5. Составить задачу Штурма-Лиувилля
6. Определить искомую функцию
7. Определить коэффициенты временной функции

№ 4 Прочитайте текст и установите последовательность

Укажите последовательность действий при решении дифференциального уравнения 2-го порядка с граничными условиями методом конечных разностей.

1. Решить систему уравнений, определив значения искомой функции в узлах сетки

2. Скорректировать полученную систему на граничные условия
3. Представить исходное дифференциальное уравнение в виде конечно-разностного выражения.
4. На область, в которой ищется решение, наложить сетку
5. Сформировать систему уравнений для определения значений искомой функции в узлах сетки

№ 5 Прочитайте текст, выберите правильный ответ и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа

При решении методом конечных разностей одномерного дифференциального уравнения параболического типа шаг с использованием неявного метода по времени ( $\Delta t$ ) и шаг сетки ( $\Delta x$ ) связаны соотношением:

1.  $\Delta t \geq K \times \Delta x^2$
2.  $\Delta t \leq K \times \Delta x^2$
3.  $\Delta t \leq K \times \Delta x$
4. шаг по времени и шаг сетки не связаны соотношением устойчивости

$K$  - коэффициент, значение которого определяется значениями коэффициентов исходного дифференциального уравнения.

№ 6 Прочитайте текст, выберите правильный ответ и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа

При решении методом конечных разностей одномерного дифференциального уравнения гиперболического типа шаг с использованием неявного метода по времени ( $\Delta t$ ) и шаг сетки ( $\Delta x$ ) связаны соотношением:

1.  $\Delta t \geq K \times \Delta x^2$
2.  $\Delta t \leq K \times \Delta x^2$
3.  $\Delta t \leq K \times \Delta x$
4. шаг по времени и шаг сетки не связаны соотношением устойчивости

$K$  - коэффициент, значение которого определяется значениями коэффициентов исходного дифференциального уравнения.

№ 7 Прочитайте текст, выберите правильный ответ и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа

При решении методом конечных разностей двумерного дифференциального уравнения эллиптического типа шаг с использованием неявного метода по времени ( $\Delta t$ ) и шаг сетки ( $\Delta x$ ) связаны соотношением:

1.  $\Delta t \geq K \times \Delta x^2$
2.  $\Delta t \leq K \times \Delta x^2$
3.  $\Delta t \leq K \times \Delta x$
4. функции, входящие в ДУ эллиптического типа не зависят от времени

$K$  - коэффициент, значение которого определяется значениями коэффициентов исходного дифференциального уравнения.

№ 8 Прочитайте текст, выберите правильные ответы и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответов

Формула Даламбера - точное решение задачи.

1. стационарной теплопроводности бесконечного стержня
2. малых поперечных колебаний бесконечной струны или малых продольных колебаний бесконечного стержня

3. малых продольных колебаний бесконечного стержня

4. малых поперечных колебаний бесконечной струны

№ 9 Прочитайте текст, выберите правильные ответы и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответов

Коэффициенты аппроксимирующего ряда в методе Бубнова-Галеркина определяются исходя из

1. обеспечения условия ортогональности базисных функций невязке;

2. обеспечения минимального значения скалярного произведения базисных функций на невязку;

3. обеспечения максимального значения скалярного произведения базисных функций на невязку;

4. обеспечения равенства 0 значения скалярного произведения базисных функций на невязку.

№ 10 Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ

Если  $\Phi$  есть собственная функция, отвечающая собственному значению  $\lambda$ , то и  $C \cdot \Phi$  ( $C$  – константа) – \_\_\_\_\_

№ 11 Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ

Какой процесс (колебаний, нестационарной теплопроводности, стационарной теплопроводности, перемещений при статической нагрузке) и для какого объекта (стержня, плоского тела, объемного тела) описывает уравнение вида

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial u}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left( k \frac{\partial u}{\partial y} \right) = q(M, t), \quad (k(M) > 0)$$

№ 12 Прочитайте текст, выберите правильные ответы и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответов

Метод Эйлера численного решения дифференциальных уравнений...

1. имеет первый порядок погрешности

2. является устойчивым по значению корня характеристического уравнения

3. является абсолютно устойчивым по значению корня характеристического уравнения

4. является наиболее точным из всех численных методов решения дифференциальных уравнений

**ОПК-11 - Способен выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлекать для их решения физико-математический аппарат и современные компьютерные технологии**

№ 1 Прочитайте текст и установите последовательность

Укажите последовательность действий при решении одномерных задач гиперболического типа. Уравнение и все дополнительные условия известны.

1. Определить начальные условия

2. Убедиться, что уравнение и граничные условия однородны

3. Найти собственные функции и собственные значения

4. Найти временную функцию

5. Составить задачу Штурма-Лиувилля

6. Определить искомую функцию

7. Определить коэффициенты временной функции

№ 2 Прочитайте текст и установите последовательность

Укажите последовательность действий при решении методом характеристик однородной двумерной линейной задачи гиперболического типа. Исходное уравнение и все дополнительные условия известны.

1. Определить уравнение характеристик
2. Определить характеристики
3. Привести исходное уравнение к системе характеристического вида
4. Определить соответствие заданных дополнительных условий характеристикам

№ 3 Прочитайте текст, выберите правильный ответ и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа

Что понимается под термином "струна" при выводе уравнений малых поперечных колебаний?

1. Струной называется тело одно, измерение которого (длина) много больше двух других.
2. Струной называется упругое тело, материал которого при растяжении и сжатии подчиняется закону Гука.
3. Струной называется упругая нить, оказывающая сопротивление растяжению, но не сопротивляющуюся изгибу, сжатию и сдвигу.
4. Струной называется упругая нить, оказывающая сопротивление растяжению и сдвигу, но не сопротивляющуюся изгибу и сжатию.

№ 4 Прочитайте текст, выберите правильный ответ и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа

Какой процесс (колебаний, нестационарной теплопроводности, стационарной теплопроводности, перемещений при статической нагрузке) и для какого объекта (стержня, плоского тела, объемного тела) описывает уравнение вида

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k \frac{\partial u}{\partial z} \right) + q = 0, \quad (k(M) > 0)$$

1. нестационарной теплопроводности тела
2. стационарной теплопроводности тела
3. малых поперечных колебаний струны
4. малых продольных колебаний стержня

№ 5 Прочитайте текст, выберите правильный ответ и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа

Что определяет порядок погрешности численного дифференцирования?

1. величину ошибки аппроксимации;
2. характер зависимости погрешности от величины шага численного дифференцирования;
3. метод выбора шага численного дифференцирования;
4. конкретную величину шага численного дифференцирования.

№ 6 Прочитайте текст, выберите правильные ответы и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответов

Отберите все верные утверждения, определяющую мембрану, при выводе уравнения малых поперечных колебаний мембраны.

1. тонкая пленка, толщина которой много меньше двух других измерений
2. тонкая пленка, которая сопротивляется растяжению
3. тонкая пленка, которая не сопротивляется сжатию и изгибу
4. тонкая пленка, которая не сопротивляется сдвигу

№ 7 Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ

Угол между касательной к профилю колеблющейся струны и силой натяжения струны равен

\_\_\_\_\_ градусов.

№ 8 Прочитайте текст и установите соответствие

Установите соответствие численного метода решения дифференциальных уравнений порядкам погрешностей:

1. Явный метод Эйлера
  2. Неявный метод Эйлера
  3. Метод Хьюна
  4. Метод Рунге-Кутты
- А. 1-й порядок погрешности  
Б. 4-ый порядок погрешности  
В. 2-й порядок погрешности  
Г. 3-й порядок погрешности

№ 9 Прочитайте текст и установите соответствие

Установите соответствие между приведенными ниже методами численного дифференцирования и их порядками погрешности:

1.

$$y' = \frac{y(x+h) - y(x)}{h}$$

2.

$$y'' = \frac{y(x-h) - 2y(x) + y(x+h)}{h^2}$$

3.

$$y' = \frac{y(x) - y(x-h)}{h}$$

4.

$$y' = \frac{y(x+h) - y(x-h)}{2h}$$

- А. первый порядок погрешности  
Б. второй порядок погрешности  
В. третий порядок погрешности  
Г. четвертый порядок погрешности

№ 10 Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ

Оператор  $T^*$ , определенный на  $H_2$ , со значениями из множества  $H_1$  называется сопряженным оператору  $T$ , если для всех  $f_1 \in H_1$  и  $f_2 \in H_2$  справедливо равенство

№ 11 Прочитайте текст, выберите правильные ответы и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответов



Отберите все верные ответы. Можно ли использовать формулу Даламбера для решения задачи о продольных колебаниях упругого стержня длиной  $L$ , если оба его конца закреплены и отсутствуют внешние нагрузки на стержень?

1. Нет, так как формула Даламбера - это решение задачи о малых поперечных колебаниях бесконечной струны.
2. Да, так как малые поперечные колебания струны и малые продольные колебания упругого стержня имеют один и тот же вид, но при этом необходимо преобразовать начальные условия
3. Да, если распространить на всю ось  $x$  (от  $-\infty$  до  $+\infty$ ) функции начальных отклонений и скоростей стержня четным образом с периодом  $2L$
4. Да, если распространить на всю ось  $x$  (от  $-\infty$  до  $+\infty$ ) функции начальных отклонений и скоростей стержня нечетным образом с периодом  $2L$

№ 12 Прочитайте текст, выберите правильные ответы и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответов

Укажите все верные утверждения.

Численный метод решения дифференциальных уравнений будет считаться устойчивым, если

1. корень характеристического уравнения по модулю строго меньше 1
2. корень характеристического уравнения по модулю меньше или равен 1
3. корень характеристического уравнения больше или равен 0 и меньше или равен 1
4. корень характеристического уравнения по модулю строго меньше 1, но не равен 0