

УТВЕРЖДАЮ  
Декан факультета

\_\_\_\_\_  
(подпись) ФИО  
«\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА В НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЯХ

Направление/специальность подготовки	15.04.05 Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств
Специализация/профиль/программа подготовки	Прогрессивные технологии и инновации в автоматизированном машиностроении
Уровень высшего образования	Магистратура
Форма обучения	Очная
Факультет	Е Оружие и системы вооружения
Выпускающая кафедра	Е2 ТЕХНОЛОГИЯ И ПРОИЗВОДСТВО АРТИЛЛЕРИЙСКОГО ВООРУЖЕНИЯ
Кафедра-разработчик рабочей программы	О6 ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА

КУРС	СЕМЕСТР	ОБЩАЯ ТРУДОЁМКОСТЬ (ЗАЧЕТНЫХ ЕДИНИЦ)	ЧАСЫ (по наличию видов занятий)									ВИД ПРОМЕЖУТОЧНОГО КОНТРОЛЯ
			ОБЩАЯ ТРУДОЁМКОСТЬ	АУДИТОРНЫЕ ЗАНЯТИЯ				САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА				
				ВСЕГО	ЛЕКЦИИ	ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ	ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ	ВСЕГО	КУРСОВОЙ ПРОЕКТ	КУРСОВАЯ РАБОТА	ДРУГИЕ ВИДЫ САМОСТ. РАБОТЫ	
5	9	3	108	51	34	0	17	57	0	0	57	зач.
5	10	4	144	51	34	0	17	93	0	0	93	диф. зач.
ВСЕГО		7	252	102	68	0	34	150	0	0	150	

*ЛИСТ СОГЛАСОВАНИЯ*

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА СОСТАВЛЕНА В СООТВЕТСТВИИ С ТРЕБОВАНИЯМИ ФЕДЕРАЛЬНОГО  
ГОСУДАРСТВЕННОГО ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО СТАНДАРТА ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ (ФГОС ВО)

**15.04.05 Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств**

год набора группы: 2025

Программу составили:

Кафедра О6 ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА

Белкова Анастасия Леонидовна, к.ф.-м.н., доцент

\_\_\_\_\_

Кафедра О6 ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА

Чернусь Павел Павлович, к.т.н., доцент, доцент

\_\_\_\_\_

Программа рассмотрена

на заседании кафедры-разработчика

рабочей программы **О6 ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА**

Заведующий кафедрой Винник П.М., д.т.н., доц.

\_\_\_\_\_

Программа рассмотрена

на заседании выпускающей кафедры

**Е2 ТЕХНОЛОГИЯ И ПРОИЗВОДСТВО АРТИЛЛЕРИЙСКОГО ВООРУЖЕНИЯ**

Заведующий кафедрой Федосов А.В., к.т.н., доц.

\_\_\_\_\_

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ  
ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА В НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЯХ**

**Разделы рабочей программы**

1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ
2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП ВО
3. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ
4. ФОРМЫ КОНТРОЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ
5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ
6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

**Приложения к рабочей программе дисциплины**

- Приложение 1. Аннотация рабочей программы
- Приложение 2. Технологии и формы обучения
- Приложение 3. Фонды оценочных средств

## 1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ОПК-1 — Способен формулировать цели и задачи исследования в области конструкторско-технологической подготовки машиностроительных производств, выявлять приоритеты решения задач, выбирать и создавать критерии оценки исследований

ОПК-2 — Способен разрабатывать современные методы исследования, оценивать и представлять результаты выполненной работы

Формированию компетенций служит достижение следующих результатов образования:

### **ОПК-1**

*знания:*

1. основные методы решения задач вариационного исчисления;
2. основные положения функционального анализа, необходимые для решения задач математической физики;

*умения:*

1. правильно определять модель применяемой классической задачи в зависимости от формулировки исходной задачи;
2. критически анализировать параметры построенных моделей и их результаты;

*навыки:*

разработки новых методов исследования и их применению в самостоятельной научно-исследовательской и в области профессиональной деятельности.

### **ОПК-2**

*знания:*

1. основные задачи вариационного исчисления;
2. основные методы решения задач математической физики;

*умения:*

1. способностью к критическому анализу и оценке поставленных задач, генерированию новых идей при решении;
2. способностью планировать и решать задачи собственного профессионального и личностного развития; исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях;

*навыки:*

проектировать и осуществлять комплексные исследования, на основе целостного системного научного подхода.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП ВО

Дисциплина **ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА В НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЯХ** является дисциплиной **обязательной части блока 1** программы подготовки по направлению *15.04.05 Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств*.

Содержание дисциплины является логическим продолжением содержания физико-математической подготовки бакалавра и служит основой для освоения дисциплин: **ДИНАМИКА И МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ СИСТЕМ, МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В ЭКОНОМИКЕ И УПРАВЛЕНИИ, ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ПОВЕРХНОСТНОГО СЛОЯ ИЗДЕЛИЙ, НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКАЯ РАБОТА, ПОДГОТОВКА К ПРОЦЕДУРЕ ЗАЩИТЫ И ЗАЩИТА ВЫПУСКНОЙ КВАЛИФИКАЦИОННОЙ РАБОТЫ, ПРЕДДИПЛОМНАЯ ПРАКТИКА, В ТОМ ЧИСЛЕ НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКАЯ РАБОТА**

### 3. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Общая трудоемкость дисциплины составляет 7 з.е., 252 ч.

#### 3.1. Содержание (дидактика) дисциплины

КУРС	СЕМЕСТР	Наименование разделов и дидактических единиц	ВСЕГО	Аудиторные занятия в контактной форме			Самостоятельная работа студентов	Формируемая компетенция, %	
				ВСЕГО	Лекции	Практические занятия		ОПК-1	ОПК-2
5	9	Раздел 1. Простейшая задача классического вариационного исчисления. 1.1 Простейшая задача классического вариационного исчисления. 1.2 Необходимое условие экстремума в простейшей задаче классического вариационного исчисления.	15	6	4	2	9	10	10
5	9	Раздел 2. Достаточные условия слабого минимума в простейшей задаче. 2.1 Достаточные условия слабого минимума в простейшей задаче классического вариационного исчисления. 2.2 Условие Лежандра. 2.3 Условие Якоби.	20	8	6	2	12	10	10
5	9	Раздел 3. Функция Вейерштрасса. Необходимое условие сильного минимума в простейшей задаче классического вариационного исчисления. 3.1 Необходимое условие сильного минимума в простейшей задаче классического вариационного исчисления. 3.2 Функция Вейерштрасса. Связь условий Вейерштрасса и Лежандра. 3.3 Достаточные условия минимума функционала.	20	10	6	4	10	10	10
5	9	Раздел 4. Первая и вторая вариации функционала. Уравнение Эйлера-Лагранжа. 4.1 Первая и вторая вариации функционала. Уравнение Эйлера-Лагранжа. 4.2 Условие Якоби о возможности построения поля экстремалей.	11	6	4	2	5	10	10
5	9	Раздел 5. Принцип наименьшего действия. 5.1 Простейшая векторная задача классического вариационного исчисления. 5.2 Принцип наименьшего действия. 5.3 Естественные граничные условия для простейшего функционала. 5.4 Уравнение Эйлера—Пуассона. 5.5 Задача Больца. 5.6 Изопериметрическая задача.	29	14	10	4	15	10	10
5	9	Раздел 6. Задача Лагранжа с голономными и неголономными связями. 6.1 Задача Лагранжа с голономными связями. 6.2 Задача Лагранжа в понтрягинской форме.	13	7	4	3	6	10	10
Всего за 9 семестр			108	51	34	17	57	60	60
5	10	Раздел 7. Отдельные разделы функционального анализа. 1.1 Ортогональные системы функций, ряды из них. 1.2 Уравнение Бесселя, его решение. 1.3 Ортогональность функций Бесселя. 1.4 Интеграл Фурье.	11	3	2	1	8	5	5
5	10	Раздел 8. Уравнение малых колебаний. 2.1 Вывод и решение уравнения малых колебаний способом Даламбера. 2.2 Вывод и решение уравнения малых колебаний способом Фурье.	37	12	8	4	25	10	10
5	10	Раздел 9. Уравнение теплопроводности. 3.1. Вывод уравнения теплопроводности для различных случаев. 3.2. Решение уравнения теплопроводности для различных случаев.	40	15	10	5	25	10	10
5	10	Раздел 10. Уравнения Лапласа и Пуассона. 4.1 Вывод и решение уравнения Лапласа. 4.2 Вывод и решение уравнения Пуассона.	40	15	10	5	25	10	10
5	10	Раздел 11. Линейные уравнения 2 порядка в частных производных. 5.1. Классификация линейных уравнений 2 порядка в частных производных. 5.2. Приведение линейных уравнений к каноническому виду.	16	6	4	2	10	5	5
Всего за 10 семестр			144	51	34	17	93	40	40
Всего по дисциплине			252	102	68	34	150	100	100

#### 3.2. Аудиторный практикум

№ п/п	Номер и наименование раздела дисциплины	Тема практического занятия	Объем, ауд. часов
1	Раздел 1. Простейшая задача классического вариационного исчисления.	Простейшая задача классического вариационного исчисления. Необходимое условие экстремума в простейшей задаче классического вариационного исчисления	2
2	Раздел 2. Достаточные условия слабого минимума в простейшей задаче.	Достаточные условия слабого минимума в простейшей задаче классического вариационного исчисления Условие Лежандра. Условие Якоби.	2
3	Раздел 3. Функция Вейерштрасса. Необходимое условие сильного минимума в простейшей задаче классического вариационного исчисления.	Необходимое условие сильного минимума в простейшей задаче классического вариационного исчисления. Функция Вейерштрасса. Связь условий Вейерштрасса и Лежандра. Достаточные условия минимума функционала.	4
4	Раздел 4. Первая и вторая вариации функционала. Уравнение Эйлера-Лагранжа.	Первая и вторая вариации функционала. Уравнение Эйлера—Лагранжа. Условие Якоби о возможности построения поля экстремалей	2
5	Раздел 5. Принцип наименьшего действия.	Простейшая векторная задача классического вариационного исчисления. Принцип наименьшего действия. Естественные граничные условия для простейшего функционала. Уравнение Эйлера—Пуассона. Задача Больца. Изопериметрическая задача.	4
6	Раздел 6. Задача Лагранжа с голономными и неголономными связями.	Задача Лагранжа с голономными связями. Задача Лагранжа в понтрягинской форме.	3
Всего за 9 семестр			17
7	Раздел 7. Отдельные разделы функционального анализа.	Ортогональные системы функций, ряды из них. Уравнение Бесселя, его решение. Ортогональность функций Бесселя, интеграл Фурье.	1
8	Раздел 8. Уравнение малых колебаний.	Вывод и решение уравнения малых колебаний способом Даламбера. Вывод и решение уравнения малых колебаний способом Фурье.	4
9	Раздел 9. Уравнение теплопроводности.	Вывод и решение уравнения теплопроводности для различных случаев.	5
10	Раздел 10. Уравнения Лапласа и Пуассона.	Вывод и решение уравнения Лапласа. Вывод и решение уравнения Пуассона.	5
11	Раздел 11. Линейные уравнения 2 порядка в частных производных.	Линейные уравнения 2 порядка в частных производных.	2
Всего за 10 семестр			17

#### 3.3. Самостоятельная работа студента (СРС)

№ п/п	Номер и наименование раздела дисциплины	Содержание учебного задания	Объем, часов
1	Раздел 1. Простейшая задача классического вариационного исчисления.	Повторение необходимых условий локального экстремума гладкой функции нескольких переменных. Изучение постановки простейшей вариационной задачи.	9
2	Раздел 2. Достаточные условия слабого минимума в	Повторение достаточных условий локального экстремума	12

	простейшей задаче.	гладкой функции нескольких переменных. Изучение формулировок условий Лежандра и Якоби.	
3	Раздел 3. Функция Вейерштрасса. Необходимое условие сильного минимума в простейшей задаче классического вариационного исчисления.	Изучение условий Лежандра и Якоби, функции Вейерштрасса, достаточных условий сильного минимума интегрального функционала.	10
4	Раздел 4. Первая и вторая вариации функционала. Уравнение Эйлера-Лагранжа.	Повторение формулы интегрирования по частям и дифференцирования под знаком интеграла. Изучение вывода уравнения Эйлера.	5
5	Раздел 5. Принцип наименьшего действия.	Изучение векторной задачи вариационного исчисления, принципа наименьшего действия, уравнения Эйлера-Пуассона.	15
6	Раздел 6. Задача Лагранжа с голономными и неголономными связями.	Повторение условного экстремума функции нескольких переменных. Изучение задачи Лагранжа с голономными связями.	6
<b>Всего за 9 семестр</b>			57
7	Раздел 7. Отдельные разделы функционального анализа.	Повторение темы «Ряды Фурье, операционное исчисление» из общего курса высшей математики	8
8	Раздел 8. Уравнение малых колебаний.	Решение предложенных задач. Построение математических моделей для уравнения теплопроводности и их визуализация с помощью системы компьютерной алгебры.	25
9	Раздел 9. Уравнение теплопроводности.	Решение предложенных задач. Построение математических моделей для уравнения теплопроводности и их визуализация с помощью системы компьютерной алгебры.	25
10	Раздел 10. Уравнения Лапласа и Пуассона.	Решение предложенных задач. Построение математических моделей для задач и их визуализация с помощью системы компьютерной алгебры.	25
11	Раздел 11. Линейные уравнения 2 порядка в частных производных.	Изучение теоретического материала. Решение предложенных задач.	10
<b>Всего за 10 семестр</b>			93

#### 4. ФОРМЫ КОНТРОЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

СЕМЕСТР	НЕДЕЛИ СЕМЕСТРА																
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
<b>9</b>		ВПЗ				ДР		ВПЗ		ДР		ВПЗ		ВПЗ		ДР	зач.
<b>10</b>		ВПЗ				ДР		ВПЗ		ДР		ВПЗ		ВПЗ		ДР	диф. зач.

Условные обозначения:

- ДР – диагностическая работа;
- ВПЗ – вопросы/задания по темам ПЗ;
- зач. – зачет;
- диф. зач. – дифференцированный зачет.

**Текущий контроль успеваемости** студентов проводится в дискретные временные интервалы в следующих формах:

- диагностическая работа;
- вопросы/задания по темам ПЗ.

**Промежуточная аттестация** проводится в формах:

- зачет;
- дифференцированный зачет.

## 5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 5.1. Основная литература по дисциплине:

1. А. А. Кононова, А. Л. Белкова. . Уравнения математической физики. СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2019, эл. рес.
2. А. А. Кононова, А. Л. Белкова. . Уравнения математической физики. СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2019, 66 экз.
3. А. П. Рябушко. Индивидуальные задания по высшей математике. Ч. 4 Операционное исчисление. БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2007, эл. рес.
4. А. П. Рябушко. Индивидуальные задания по высшей математике. Ч. 4 Операционное исчисление. БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2007, 198 экз.
5. А. П. Рябушко, В. В. Бархатов, В. В. Державец. Ряды. БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2007, 146 экз.
6. А. П. Рябушко, В. В. Бархатов, В. В. Державец. Индивидуальные задания по высшей математике. Ч. 3 Ряды. БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2007, эл. рес.
7. Б. П. Родин. . Вариационное исчисление. СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2017, эл. рес.
8. Б. П. Родин. . Вариационное исчисление. СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2017, 50 экз.
9. В. И. Ванько, О. В. Ермошина, Г. Н. Кувыркин. . Вариационное исчисление и оптимальное управление. М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2018, 30 экз.
10. В. Л. Файншмидт. . Ортогональные функции и краевые задачи. СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2021, 146 экз.
11. В. Л. Файншмидт. . Ортогональные функции и краевые задачи. СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2021, эл. рес.
12. В. Л. Файншмидт, Н. В. Тарасова. . Некоторые уравнения математической физики. СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2016, эл. рес.
13. В. Л. Файншмидт, Н. В. Тарасова. . Некоторые уравнения математической физики. СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2016, 39 экз.
14. М. О. Лебедев. . Введение в вариационное исчисление. СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2022, эл. рес.
15. М. О. Лебедев. . Введение в вариационное исчисление. СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2022, 27 экз.

### 5.2. Дополнительная литература по дисциплине:

не требуется.

### 5.3. Периодические издания:

не требуются.

### 5.4. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины, электронные библиотечные системы:

1. <https://library.voenmeh.ru/> — Фундаментальная библиотека БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова;
2. <https://urait.ru/> — Образовательная платформа «Юрайт». Для вузов и ссузов..

### Современные профессиональные базы данных:

1. <https://rusneb.ru> – Национальная электронная библиотека (НЭБ);
2. <https://cyberleninka.ru/> - Научная электронная библиотека «Киберленинка»;
3. <http://www.rfbr.ru/rffi/ru/library> - Полнотекстовая электронная библиотека Российского фонда фундаментальных исследований.

### Информационные справочные системы:

1. Техэксперт – Информационный портал технического регулирования: Нормы, правила, стандарты РФ;
2. [http://library.voenmeh.ru/jirbis2/index.php?option=com\\_irbis&view=irbis&Itemid=457](http://library.voenmeh.ru/jirbis2/index.php?option=com_irbis&view=irbis&Itemid=457) - БД ГОСТов собственной генерации БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова;
3. <http://www.consultant.ru/>- КонсультантПлюс- информационный портал правовой информации.

### 5.5. Программное обеспечение:

не требуется.

### 5.6. Информационные технологии:

взаимодействие с обучающимися посредством ЭИОС Moodle БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова.

## **6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **6.1. Лекционные занятия:**

специализированные требования по оборудованию отсутствуют; аудитория с посадочными местами по количеству студентов; доска.

### **6.2. Практические занятия:**

1. Аудитория с числом посадочных мест не меньше количества обучающихся.

### **6.3. Прочее:**

1. рабочее место преподавателя, оснащенное компьютером с доступом в Интернет;
2. рабочие места студентов, оснащенные компьютерами с доступом в Интернет, предназначенные для работы в электронной образовательной среде.

### Аннотация рабочей программы

Дисциплина **ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА В НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЯХ** является дисциплиной **обязательной части блока 1** программы подготовки по направлению *15.04.05 Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств*. Дисциплина реализуется на факультете О Естественнаучный БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д.Ф. Устинова кафедрой О6 ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА.

Дисциплина нацелена на формирование *компетенций*:

ОПК-1 Способен формулировать цели и задачи исследования в области конструкторско-технологической подготовки машиностроительных производств, выявлять приоритеты решения задач, выбирать и создавать критерии оценки исследований;  
ОПК-2 Способен разрабатывать современные методы исследования, оценивать и представлять результаты выполненной работы.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с постановкой задачи и построения математической модели для реальных условий, используя методы и модели высшей математики; а также представления результатов своих исследований в виде полной математической модели.

Программой дисциплины предусмотрены следующие **виды контроля**:

**Текущий контроль успеваемости** студентов проводится в дискретные временные интервалы в следующих формах:

- диагностическая работа;
- вопросы/задания по темам ПЗ.

**Промежуточная аттестация** проводится в формах:

- зачет;
- дифференцированный зачет.

Общая трудоемкость освоения дисциплины составляет 7 з.е., 252 ч. Программой дисциплины предусмотрены лекционные занятия (**68 ч.**), практические занятия (**34 ч.**), самостоятельная работа студента (**150 ч.**).

## ТЕХНОЛОГИИ И ФОРМЫ ОБУЧЕНИЯ

### Рекомендации по освоению дисциплины для студента

Трудоемкость освоения дисциплины составляет 252 ч., из них 102 ч. аудиторных занятий, и 150 ч., отведенных на самостоятельную работу студента.

Рекомендации по распределению учебного времени по видам самостоятельной работы и разделам дисциплины приведены в таблице.

Контроль освоения дисциплины производится в соответствии с Положением о текущем, рубежном контроле успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся.

Формы контроля и критерии оценивания приведены в приложении 3 к Рабочей программе.

Наименование работы	Рекомендуемая литература	Трудоемкость, час.
<b>Раздел 1. Простейшая задача классического вариационного исчисления.</b>		
Повторение необходимых условий локального экстремума гладкой функции нескольких переменных. Изучение постановки простейшей вариационной задачи.	Б. П. Родин. . Вариационное исчисление: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2017 (1) В. И. Ванько, О. В. Ермошина, Г. Н. Кувыркин. . Вариационное исчисление и оптимальное управление: М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2018 (1) Б. П. Родин. . Вариационное исчисление: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2017 (1) М. О. Лебедев. . Введение в вариационное исчисление: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2022 (1)	9
Итого по разделу 1		9
<b>Раздел 2. Достаточные условия слабого минимума в простейшей задаче.</b>		
Повторение достаточных условий локального экстремума гладкой функции нескольких переменных. Изучение формулировок условий Лежандра и Якоби.	М. О. Лебедев. . Введение в вариационное исчисление: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2022 (2) В. И. Ванько, О. В. Ермошина, Г. Н. Кувыркин. . Вариационное исчисление и оптимальное управление: М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2018 (3) Б. П. Родин. . Вариационное исчисление: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2017 (2) Б. П. Родин. . Вариационное исчисление: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2017 (2)	12
Итого по разделу 2		12
<b>Раздел 3. Функция Вейерштрасса. Необходимое условие сильного минимума в простейшей задаче классического вариационного исчисления.</b>		
Изучение условий Лежандра и Якоби, функции Вейерштрасса, достаточных условий сильного минимума интегрального функционала.	Б. П. Родин. . Вариационное исчисление: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2017 (3) М. О. Лебедев. . Введение в вариационное исчисление: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2022 (2) В. И. Ванько, О. В. Ермошина, Г. Н. Кувыркин. . Вариационное исчисление и оптимальное управление: М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2018 (3) Б. П. Родин. . Вариационное исчисление: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2017 (3)	10
Итого по разделу 3		10
<b>Раздел 4. Первая и вторая вариации функционала. Уравнение Эйлера-Лагранжа.</b>		
Повторение формулы интегрирования по частям и дифференцирования под знаком интеграла. Изучение вывода уравнения Эйлера.	Б. П. Родин. . Вариационное исчисление: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2017 (4) Б. П. Родин. . Вариационное исчисление: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2017 (4) М. О. Лебедев. . Введение в вариационное исчисление: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2022 (3, 4, 5, 6, 13) В. И. Ванько, О. В. Ермошина, Г. Н. Кувыркин. . Вариационное исчисление и оптимальное управление: М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2018 (2, 4)	5
Итого по разделу 4		5
<b>Раздел 5. Принцип наименьшего действия.</b>		
Изучение векторной задачи вариационного исчисления, принципа наименьшего действия, уравнения Эйлера-Пуассона.	Б. П. Родин. . Вариационное исчисление: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2017 (5) В. И. Ванько, О. В. Ермошина, Г. Н. Кувыркин. . Вариационное исчисление и оптимальное управление: М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2018 (4) Б. П. Родин. . Вариационное исчисление: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2017 (5) М. О. Лебедев. . Введение в вариационное исчисление: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2022 (9, 10, 12)	15
Итого по разделу 5		15
<b>Раздел 6. Задача Лагранжа с голономными и неголономными связями.</b>		
Повторение условного экстремума функции нескольких переменных. Изучение задачи Лагранжа с голономными	Б. П. Родин. . Вариационное исчисление: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2017 (4)	6

связями.	М. О. Лебедев. . Введение в вариационное исчисление: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2022 (7) Б. П. Родин. . Вариационное исчисление: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2017 (4) В. И. Ванько, О. В. Ермошина, Г. Н. Кувыркин. . Вариационное исчисление и оптимальное управление: М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2018 (4)	
Итого по разделу 6		6
<b>Раздел 7. Отдельные разделы функционального анализа.</b>		
Повторение темы «Ряды Фурье, операционное исчисление» из общего курса высшей математики	А. П. Рябушко, В. В. Бархатов, В. В. Державец. Ряды: БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2007 (12) А. А. Кононова, А. Л. Белкова. . Уравнения математической физики: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2019 (1) А. А. Кононова, А. Л. Белкова. . Уравнения математической физики: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2019 (1) А. П. Рябушко, В. В. Бархатов, В. В. Державец. Индивидуальные задания по высшей математике. Ч. 3 Ряды: БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2007 (12) В. Л. Файншмидт. . Ортогональные функции и краевые задачи: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2021 (1, 2) А. П. Рябушко. Индивидуальные задания по высшей математике. Ч. 4 Операционное исчисление: БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2007 (16) В. Л. Файншмидт. . Ортогональные функции и краевые задачи: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2021 (1, 2) А. П. Рябушко. Индивидуальные задания по высшей математике. Ч. 4 Операционное исчисление: БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2007 (16)	8
Итого по разделу 7		8
<b>Раздел 8. Уравнение малых колебаний.</b>		
Решение предложенных задач. Построение математических моделей для уравнения теплопроводности и их визуализация с помощью системы компьютерной алгебры.	А. А. Кононова, А. Л. Белкова. . Уравнения математической физики: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2019 (2) В. Л. Файншмидт, Н. В. Тарасова. . Некоторые уравнения математической физики: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2016 (1) А. П. Рябушко, В. В. Бархатов, В. В. Державец. Ряды: БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2007 (12) А. А. Кононова, А. Л. Белкова. . Уравнения математической физики: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2019 (2) В. Л. Файншмидт, Н. В. Тарасова. . Некоторые уравнения математической физики: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2016 (1) А. П. Рябушко, В. В. Бархатов, В. В. Державец. Индивидуальные задания по высшей математике. Ч. 3 Ряды: БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2007 (12)	25
Итого по разделу 8		25
<b>Раздел 9. Уравнение теплопроводности.</b>		
Решение предложенных задач. Построение математических моделей для уравнения теплопроводности и их визуализация с помощью системы компьютерной алгебры.	А. А. Кононова, А. Л. Белкова. . Уравнения математической физики: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2019 (3) В. Л. Файншмидт, Н. В. Тарасова. . Некоторые уравнения математической физики: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2016 (2) В. Л. Файншмидт, Н. В. Тарасова. . Некоторые уравнения математической физики: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2016 (2) А. А. Кононова, А. Л. Белкова. . Уравнения математической физики: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2019 (3) А. П. Рябушко. Индивидуальные задания по высшей математике. Ч. 4 Операционное исчисление: БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2007 (16) А. П. Рябушко. Индивидуальные задания по высшей математике. Ч. 4 Операционное исчисление: БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2007 (16)	25
Итого по разделу 9		25
<b>Раздел 10. Уравнения Лапласа и Пуассона.</b>		
Решение предложенных задач. Построение математических моделей для задач и их визуализация с помощью системы компьютерной алгебры.	А. А. Кононова, А. Л. Белкова. . Уравнения математической физики: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2019 (4) В. Л. Файншмидт, Н. В. Тарасова. . Некоторые уравнения математической физики: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2016 (3) В. Л. Файншмидт, Н. В. Тарасова. . Некоторые уравнения математической физики: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2016 (3)	25

	А. А. Кононова, А. Л. Белкова. . Уравнения математической физики: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2019 (4)	
Итого по разделу 10		25
<b>Раздел 11. Линейные уравнения 2 порядка в частных производных.</b>		
Изучение теоретического материала. Решение предложенных задач.	<p>А. А. Кононова, А. Л. Белкова. . Уравнения математической физики: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2019 (5)</p> <p>А. А. Кононова, А. Л. Белкова. . Уравнения математической физики: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2019 (5)</p> <p>В. Л. Файншмидт, Н. В. Тарасова. . Некоторые уравнения математической физики: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2016 (4)</p> <p>В. Л. Файншмидт, Н. В. Тарасова. . Некоторые уравнения математической физики: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2016 (4)</p>	10
Итого по разделу 11		10

## ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Фонд оценочных средств, позволяющие оценить результаты обучения по данной дисциплине, включают в себя:

- диагностическая работа
- вопросы/задания по темам ПЗ;
- зачет;
- дифференцированный зачет.

### Критерии оценивания

#### Диагностическая работа

Диагностическая работа проводится в форме теста в ЭИОС Moodle:

- при правильном ответе менее чем на 60% вопросов - не аттестация;
- при правильном ответе на 60% вопросов и более - аттестация.

#### Вопросы/задания по темам ПЗ

Выполнение контрольных мероприятий по темам практических занятий и самостоятельной работы, которые объявляются в начале семестра с указанием баллов за их выполнение в соответствии с технологической картой курса. Образцы вопросов и технологические карты можно найти в УМК дисциплины и ЭИОС Moodle.

#### Зачет

Оценка "зачтено" выставляется, если набрано от 60 баллов в соответствии с технологической картой курса.

#### Дифференцированный зачет

Оценка "зачтено-удовлетворительно" выставляется, если набрано от 51 до 74 баллов в соответствии с технологической картой курса.

Оценка "зачтено-хорошо" выставляется, если набрано от 75 до 84 баллов в соответствии с технологической картой курса.

Оценка "зачтено-отлично" выставляется, если набрано от 85 баллов в соответствии с технологической картой курса.

КУРС	СЕМЕСТР	Наименование разделов и дидактических единиц	ВСЕГО	Аудиторные занятия в контактной форме			Самостоятельная работа студентов	Формируемая компетенция, %		НАИМЕНОВАНИЕ ОЦЕНОЧНОГО СРЕДСТВА
				ВСЕГО	Лекции	Практические занятия		ОПК-1	ОПК-2	
5	9	Раздел 1. Простейшая задача классического вариационного исчисления.	15	6	4	2	9	10	10	Вопросы/ задания по темам ПЗ
5	9	Раздел 2. Достаточные условия слабого минимума в простейшей задаче.	20	8	6	2	12	10	10	Вопросы/ задания по темам ПЗ
5	9	Раздел 3. Функция Вейерштрасса. Необходимое условие сильного минимума в простейшей задаче классического вариационного исчисления.	20	10	6	4	10	10	10	Вопросы/ задания по темам ПЗ
5	9	Раздел 4. Первая и вторая вариации функционала. Уравнение Эйлера-Лагранжа.	11	6	4	2	5	10	10	Вопросы/ задания по темам ПЗ
5	9	Раздел 5. Принцип наименьшего действия.	29	14	10	4	15	10	10	Вопросы/ задания по темам ПЗ
5	9	Раздел 6. Задача Лагранжа с голономными и неголономными связями.	13	7	4	3	6	10	10	Вопросы/ задания по темам ПЗ
Всего за 9 семестр			108	51	34	17	57	60	60	
5	10	Раздел 7. Отдельные разделы функционального анализа.	11	3	2	1	8	5	5	Вопросы/ задания по темам ПЗ
5	10	Раздел 8. Уравнение малых колебаний.	37	12	8	4	25	10	10	Вопросы/ задания по темам ПЗ
5	10	Раздел 9. Уравнение теплопроводности.	40	15	10	5	25	10	10	Вопросы/ задания по темам ПЗ
5	10	Раздел 10. Уравнения Лапласа и Пуассона.	40	15	10	5	25	10	10	Вопросы/ задания по темам ПЗ
5	10	Раздел 11. Линейные уравнения 2 порядка в частных производных.	16	6	4	2	10	5	5	Вопросы/ задания по темам ПЗ
Всего за 10 семестр			144	51	34	17	93	40	40	
Всего по дисциплине			252	102	68	34	150	100	100	

ОПК-1 - Способен формулировать цели и задачи исследования в области конструкторско-технологической подготовки машиностроительных производств, выявлять приоритеты решения задач, выбирать и создавать критерии оценки исследований

№ 1 Прочитайте текст, выберите правильные ответы и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответов

Выяснить какие из приведенных равенств являются уравнениями в частных производных

1	$u_{xx}^2 + u_{yy}^2 - (u_{xx} - u_{yy})^2 = 0$
2	$\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y} = 0$
3	$x^2 + y^2 + z^2 = 1$
4	$\ln x + y'' = x^2 y'$

№ 2 Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ

При решении волнового уравнения нетривиальное решение задачи  $X''(x) + \lambda X(x) = 0, X(x) \neq 0$  имеет вид  $X(x) = D_1 \cos \sqrt{\lambda} x + D_2 \sin \sqrt{\lambda} x$ . При заданных граничных условиях  $u(0; t) = u_x(l; t) = 0$  собственная функция имеет вид

№ 3 Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ

Составить уравнение Эйлера для функционала  $J(y) = \int_0^1 (y^2 - y'^2) dx$ , заданного на множестве  $X = \{y(x) | y(x) \in C_1[0; 1], y(0) = 0, y(1) = 1\}$

№ 4 Прочитайте текст и установите соответствие

Установить соответствие между подынтегральным выражением функционала

$$J(y) = \int_a^b F(x, y, y') dx$$

и уравнением Эйлера-Лагранжа

1	$F(y, y', x) = x^2 + y'^2$	А	$y' = \text{const}$
2	$F(y, y', x) = x^2 + y^2$	Б	$y = 0$
3	$F(y, y', x) = y^2 + y'^2$	В	$y'' - y = 0$
4	$F(y, y', x) = x(y^2 + y'^2)$	Г	$xy'' + y' - xy = 0$
5	$F(y, y', x) = 4x^2 + y^2$		

№ 5 Прочитайте текст и установите соответствие

Установить соответствие между уравнениями и их названиями

1	$xy \frac{\partial z}{\partial x} + (x - y) \frac{\partial z}{\partial y} = x^2 + y^2$	А	линейное однородное уравнение первого порядка
2	$(x + y) \frac{\partial z}{\partial x} + xy \frac{\partial z}{\partial y} = 0$	Б	линейное неоднородное уравнение первого порядка
3	$zx \frac{\partial z}{\partial x} + zy \frac{\partial z}{\partial y} = x - y$	В	квазилинейное уравнение первого порядка
4	$\frac{\partial z}{\partial x} \cdot \frac{\partial z}{\partial y} + 2x \frac{\partial z}{\partial x} - 3y \frac{\partial z}{\partial y} = 0$	Г	нелинейное уравнение первого порядка

$$x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = z$$

№ 6 Прочитайте текст и установите последовательность

Пусть дан интегральный функционал \_\_\_\_А\_\_\_\_, граничные условия \_\_\_\_Б\_\_\_\_, дана непрерывная функция  $y = \varphi(x)$  и существует положительное число  $\varepsilon > 0$ ; такое что для любой непрерывной функции  $y = \psi(x)$ , такой что  $\psi(x_1) = y_1, \psi(x_2) = y_2$ , для которой выполнено неравенство \_\_\_\_В\_\_\_\_, выполняется и неравенство \_\_\_\_Г\_\_\_\_. Тогда говорят, что функция  $y = \varphi(x)$  доставляет функционалу  $J(y)$  сильный локальный минимум. Установить соответствие незаполненных ячеек А,Б,В,Г и блоков 1,2,3,4.

1	$J(y) = \int_{x_1}^{x_2} F(x, y, y') dx,$
2	$y(x_1) = y_1, y(x_2) = y_2,$
3	$\max_{x \in [x_1, x_2]}  \varphi(x) - \psi(x)  < \varepsilon,$
4	$J(\varphi(x)) \leq J(\psi(x))$

№ 7 Прочитайте текст и установите последовательность

Говорят, что решение задачи математической физики А и Б, если оно непрерывно В от начальных данных и если Г малым изменениям начальных данных задачи соответствуют Д малые изменения решения. ¶

1□	единственно□
2□	зависит□
3□	существует□
4□	предельно □

№ 8 Прочитайте текст, выберите правильный ответ и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа. Выбрать правильное утверждение из следующих:

- если функция доставляет слабый экстремум, то она доставляет и сильный
- если функция доставляет сильный экстремум, то она доставляет и слабый
- если функция не доставляет сильный экстремум, то она доставляет слабый
- если функция не доставляет сильный экстремум, то она не доставляет и слабый

№ 9 Прочитайте текст, выберите правильный ответ и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа

Уравнение Эйлера для функционала  $J(y) = \int_a^b x^2 y'^2(x) dx$

- имеет интеграл энергии
- имеет интеграл импульса
- не имеет интеграла импульса
- имеет и интеграл энергии и интеграл импульса

№ 10 Прочитайте текст, выберите правильный ответ и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа

Указать, какую нужно сделать замену переменных в линейном дифференциальном уравнении второго порядка  $u_{xx} + 5u_{xy} + 4u_{yy} = 0$ , чтобы привести его к каноническому виду.

1	$\xi = y + x, \eta = y + 3x$
2	$\xi = y + 4x, \eta = y - 2x$
3	$\xi = y - 2x, \eta = y + x$
4	$\xi = y - x, \eta = y - 4x$

№ 11 Прочитайте текст, выберите правильные ответы и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответов

При каких  $F(x, y, y')$  уравнения Эйлера-Лагранжа функционала  $J(y) = \int_{x_0}^{x_1} F(x, y, y') dx$  будут дифференциальными уравнениями алгебраическими

- $F(y, y', x) = x^2 + y'^2$
-

$$F(y, y', x) = x^2 + y^2$$

3  $F(y, y', x) = x^2 y' + y'^2$

4  $F(y, y', x) = x(y^2 + y^3)$

№ 12 Прочитайте текст, выберите правильные ответы и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответов

Какое из приведенных уравнений является волновым уравнением?

1	$u_{tt} = a^2 u_{xx}$
2	$u_t = a^2 u_{xx}$
3	$u_{tt} = a^2 (u_{xx} + u_{yy})$
4	$u_{tt} + u_{xx} = 0$

**ОПК-2 - Способен разрабатывать современные методы исследования, оценивать и представлять результаты выполненной работы**

№ 1 Прочитайте текст и установите соответствие

Установите соответствие между уравнениями и типами уравнений:

1  $u_{xx} + 6u_{xy} + 13u_{yy} + 2u_x - 3 = 0$

А Линейное  
неоднородное  
уравнение

2  $u_{xx} - 4u_{xy} + 4u_{yy} - 3u_x + 2u_y + 1 = 0$

Б Нелинейное  
уравнение

3  $u_x \cdot u_{xy}^2 + 2x \cdot u \cdot u_{yy} - 3xy \cdot u_y - u = 0$

В Эллиптическое  
уравнение

4  $u_{xx} + 8u_{xy} + 25u_{yy} - 3u_y + 2 = 0$

Г Параболическое  
уравнение

5  $2 \sin(x + y) \cdot u_{xx} - x \cos(y) \cdot u_{xy} + xy \cdot u_x - 3u + 1 = 0$

№ 2 Прочитайте текст и установите последовательность

Указать последовательность действий при решении простейшей задачи вариационного исчисления:

А	Составить уравнение Эйлера
Б	Используя граничные условия, найти неизвестные постоянные
В	Найти экстремали
Г	Установить наличие и тип экстремума

№ 3 Прочитайте текст и установите последовательность

Установите последовательность в определении, заменяя числа правильными терминами.

Говорят, что решение задачи математической физики \_1\_ зависит от начальных данных, если \_2\_ малым изменениям начальных данных задачи соответствуют \_3\_ \_4\_ изменения решения. Если выполняется это условие, тогда решение существует, \_5\_ и \_6\_ зависит от начальных данных

- А единственно
- Б непрерывно
- В малые
- Г предельно

№ 4 Прочитайте текст, выберите правильный ответ и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа

Если функция  $y = y(x)$  доставляет экстремум функционалу  $J(y) = \int_a^b F(x, y, y') dx$ , то она является решением уравнения

1	$F(x, y, y') = 0$
2	$\frac{\partial F(x, y, y')}{\partial y} = 0$
3	$\frac{\partial F(x, y, y')}{\partial y'}$
4	$\frac{d}{dx} F_{y'} = F_y$

№ 5 Прочитайте текст, выберите правильный ответ и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа

Дан функционал  $J(y) = \int_a^b A(x, y) \sqrt{1 + y'^2} dx$ , известно, что левый конец экстремали скользит по кривой  $y(a) = \psi(a)$ , а правый скользит по кривой  $y(b) = \varphi(b)$ . Указать, какие условия нужно поставить на границе отрезка  $[a; b]$

1	$1 + \psi'(a)y'(a) = 0, 1 + \varphi'(b)y'(b) = 0$
2	$1 - \psi'(a)y'(a) = 0, 1 + \varphi'(b)y'(b) = 0$
3	$1 + \psi'(a)y'(a) = 0, 1 - \varphi'(b)y'(b) = 0$
4	$y'(a) = 0, 1 + \varphi'(b)y'(b) = 0$

№ 6 Прочитайте текст, выберите правильный ответ и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа

Найти уравнение поверхности, удовлетворяющей уравнению  $x \frac{\partial z}{\partial x} + 2y \frac{\partial z}{\partial y} = 4z$ .

1	$z = x^2 \varphi\left(\frac{x^2}{y}\right)$
2	$z = y^2 \varphi\left(\frac{x^2}{y}\right)$
3	$z = \frac{x}{y} \varphi\left(\frac{x^2}{y^2}\right)$
4	$z = xy \varphi\left(\frac{x^2}{y}\right)$

№ 7 Прочитайте текст, выберите правильные ответы и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответов

Указать, какие функционалы определяют уравнение Эйлера-Лагранжа вида  $2yy'' + y'^2 = 0$

1	$\int (x + y' + yy'^2) dx$
2	$\int (yy' + yy'^2) dx$
3	$\int (y^2 y' + yy'^2) dx$
4	$\int (yy' + xyy'^2) dx$

№ 8 Прочитайте текст, выберите правильные ответы и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответов

Какое из приведенных уравнений является волновым уравнением?

1	$u_{tt} = a^2 u_{xx}$
2	$u_t = a^2 u_{xx}$
3	$u_{tt} = a^2 (u_{xx} + u_{yy})$
4	$u_{tt} + u_{xx} = 0$

№ 9 Прочитайте текст, выберите правильные ответы и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответов

Найти  $u = u(x; y)$  решение задачи Коши

$$\begin{cases} u_{xx} + 2u_{xy} - 3u_{yy} = 0 \\ u|_{y=0} = 3x^2 \\ u_y|_{y=0} = 0 \end{cases}$$

1	$u(x, y) = 3x^2 + y$
2	$u(x, y) = 3x^2 + y^2$
3	$u(x, y) = 3x^2 + 2y$
4	$u(x, y) = 3x^2$

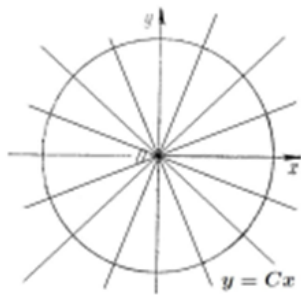
№ 10 Прочитайте текст, выберите правильные ответы и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответов

На каких приведенных на рисунках поля для круга

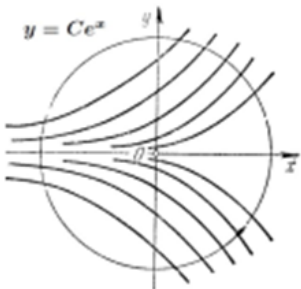
$$x^2 + y^2 \leq 1$$

являются собственными:

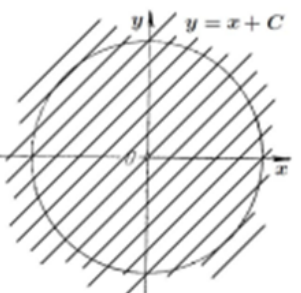
1.



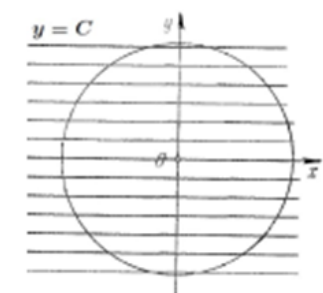
2.



3.



4.



№ 11 Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ

Найти допустимую экстремаль в простейшей задаче вариационного исчисления

$$\int_0^1 y'^2 dx \rightarrow \text{extr}, y(0) = 2, y(2) = 0.$$

№ 12 Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ

Найти  $u = u(x; y)$  решение задачи Коши

$$\begin{cases} \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} = y, & x \geq 0, -\infty < y < +\infty \\ u|_{x=0} = f(y), \\ \frac{\partial u}{\partial x}|_{x=0} = \phi(y), \\ \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}|_{x=0} = \psi(y). \end{cases}$$

№ 13 Прочитайте текст и установите соответствие

Установить соответствие между подынтегральным выражением функционала  $J(y) = \int_{x_0}^{x_1} F(x, y, y') dx$  и особенностями уравнения Эйлера-Лагранжа

1	$F(y, y', x) = 2xy^2 + 2yx^2y'$	А	Выполняется автоматически
2	$F(y, y', x) = y'^2 + y^2$	Б	Имеет первый интеграл
3	$F(y, y', x) = x^2 + y'^2$	В	Алгебраическое
4	$F(y, y', x) = x^2 + y'^2$	Г	Диф.ур. первого порядка
5	$F(y, y', x) = 3x^2y^2 + 2yx^3y'$		