

УТВЕРЖДАЮ  
Декан факультета

\_\_\_\_\_ Матвеев П.В.

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА В НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЯХ

Направление/специальность подготовки \_\_\_\_\_ **15.04.03 Прикладная механика**

Специализация/профиль/программа подготовки \_\_\_\_\_ **Механика процессов обработки давлением**

Уровень высшего образования \_\_\_\_\_ **Магистратура**

Форма обучения \_\_\_\_\_ **Очная**

Факультет \_\_\_\_\_ **Е Оружие и системы вооружения**

Выпускающая кафедра \_\_\_\_\_ **Е4 ВЫСОКОЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ УСТРОЙСТВА АВТОМАТИЧЕСКИХ СИСТЕМ**

Кафедра-разработчик рабочей программы \_\_\_\_\_ **О6 ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА**

КУРС	СЕМЕСТР	ОБЩАЯ ТРУДОЁМКОСТЬ (ЗАЧЕТНЫХ ЕДИНИЦ)	ЧАСЫ (по наличию видов занятий)									ВИД ПРОМЕЖУТОЧНОГО КОНТРОЛЯ
			ОБЩАЯ ТРУДОЁМКОСТЬ	АУДИТОРНЫЕ ЗАНЯТИЯ				САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА				
				ВСЕГО	ЛЕКЦИИ	ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ	ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ	ВСЕГО	КУРСОВОЙ ПРОЕКТ	КУРСОВАЯ РАБОТА	ДРУГИЕ ВИДЫ САМОСТ. РАБОТЫ	
5	9	3	108	51	34	0	17	57	0	0	57	зач.
5	10	4	144	51	34	0	17	93	0	0	93	диф. зач.
ВСЕГО		7	252	102	68	0	34	150	0	0	150	

*ЛИСТ СОГЛАСОВАНИЯ*

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА СОСТАВЛЕНА В СООТВЕТСТВИИ С ТРЕБОВАНИЯМИ ФЕДЕРАЛЬНОГО  
ГОСУДАРСТВЕННОГО ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО СТАНДАРТА ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ (ФГОС ВО)**

**15.04.03 Прикладная механика**

год набора группы: 2025

Программу составили:

Кафедра О6 ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА  
Белкова Анастасия Леонидовна, к.ф.-м.н., доцент

\_\_\_\_\_

Кафедра О6 ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА  
Чернусь Павел Павлович, к.т.н., доцент, доцент

\_\_\_\_\_

Программа рассмотрена  
на заседании кафедры-разработчика  
рабочей программы **О6 ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА**

Заведующий кафедрой Винник П.М., д.т.н., доц.

\_\_\_\_\_

Программа рассмотрена  
на заседании выпускающей кафедры

**Е4 ВЫСОКОЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ УСТРОЙСТВА АВТОМАТИЧЕСКИХ СИСТЕМ**

Заведующий кафедрой Нестеров Н.И., к.т.н., доц.

\_\_\_\_\_

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА В НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЯХ**

### **Разделы рабочей программы**

1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ
2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП ВО
3. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ
4. ФОРМЫ КОНТРОЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ
5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ
6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### **Приложения к рабочей программе дисциплины**

- Приложение 1. Аннотация рабочей программы
- Приложение 2. Технологии и формы обучения
- Приложение 3. Фонды оценочных средств

## 1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ОПК-5 — Способен разрабатывать аналитические и численные методы при создании математических моделей машин, приводов, оборудования, систем, технологических процессов

Формированию компетенций служит достижение следующих результатов образования:

### **ОПК-5**

*знания:*

1. основные задачи вариационного исчисления;
2. основные методы решения задач математической физики;
3. основные положения функционального анализа, необходимые для решения задач математической

физики;

*умения:*

1. способностью к критическому анализу и оценке поставленных задач, генерированию новых идей при решении;
2. способностью планировать и решать задачи собственного профессионального и личностного развития; исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях;
3. правильно определять модель применяемой классической задачи в зависимости от формулировки исходной задачи;
4. критически анализировать параметры построенных моделей и их результаты;

*навыки:*

разработки новых методов исследования и их применению в самостоятельной научно-исследовательской и в области профессиональной деятельности.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП ВО

Дисциплина **ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА В НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЯХ** является дисциплиной **обязательной части блока 1** программы подготовки по направлению *15.04.03 Прикладная механика*.

Содержание дисциплины является логическим продолжением содержания физико-математической подготовки бакалавра и служит основой для освоения дисциплин: **АЭРОТЕРМОАКУСТИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА МЕТАЛЛОВ И СПЛАВОВ, ВЫПОЛНЕНИЕ, ПОДГОТОВКА К ПРОЦЕДУРЕ ЗАЩИТЫ И ЗАЩИТА ВЫПУСКНОЙ КВАЛИФИКАЦИОННОЙ РАБОТЫ, МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ОБРАБОТКИ МЕТАЛЛОВ ДАВЛЕНИЕМ, НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКАЯ РАБОТА**

### 3. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Общая трудоемкость дисциплины составляет 7 з.е., 252 ч.

#### 3.1. Содержание (дидактика) дисциплины

КУРС	СЕМЕСТР	Наименование разделов и дидактических единиц	ВСЕГО	Аудиторные занятия в контактной форме			Самостоятельная работа студентов	Формируемая компетенция, %
				ВСЕГО	Лекции	Практические занятия		ОПК-5
5	9	<b>Раздел 1. Простейшая задача классического вариационного исчисления.</b> 1.1 Простейшая задача классического вариационного исчисления. 1.2 Необходимое условие экстремума в простейшей задаче классического вариационного исчисления.	15	6	4	2	9	10
5	9	<b>Раздел 2. Достаточные условия слабого минимума в простейшей задаче.</b> 2.1 Достаточные условия слабого минимума в простейшей задаче классического вариационного исчисления. 2.2 Условие Лежандра. 2.3 Условие Якоби.	20	8	6	2	12	10
5	9	<b>Раздел 3. Функция Вейерштрасса. Необходимое условие сильного минимума в простейшей задаче классического вариационного исчисления.</b> 3.1 Необходимое условие сильного минимума в простейшей задаче классического вариационного исчисления. 3.2 Функция Вейерштрасса. Связь условий Вейерштрасса и Лежандра. 3.3 Достаточные условия минимума функционала.	20	10	6	4	10	10
5	9	<b>Раздел 4. Первая и вторая вариации функционала. Уравнение Эйлера-Лагранжа.</b> 4.1 Первая и вторая вариации функционала. Уравнение Эйлера-Лагранжа. 4.2 Условие Якоби о возможности построения поля экстремалей.	11	6	4	2	5	10
5	9	<b>Раздел 5. Принцип наименьшего действия.</b> 5.1 Простейшая векторная задача классического вариационного исчисления. 5.2 Принцип наименьшего действия. 5.3 Естественные граничные условия для простейшего функционала. 5.4 Уравнение Эйлера—Пуассона. 5.5 Задача Больца. 5.6 Изопериметрическая задача.	29	14	10	4	15	10
5	9	<b>Раздел 6. Задача Лагранжа с голономными и неголономными связями.</b> 6.1 Задача Лагранжа с голономными связями. 6.2 Задача Лагранжа в понтягинской форме.	13	7	4	3	6	10
<b>Всего за 9 семестр</b>			108	51	34	17	57	60
5	10	<b>Раздел 7. Отдельные разделы функционального анализа.</b> 1.1 Ортогональные системы функций, ряды из них. 1.2 Уравнение Бесселя, его решение. 1.3 Ортогональность функций Бесселя. 1.4 Интеграл Фурье.	11	3	2	1	8	5
5	10	<b>Раздел 8. Уравнение малых колебаний.</b> 2.1 Вывод и решение уравнения малых колебаний способом Даламбера. 2.2 Вывод и решение уравнения малых колебаний способом Фурье.	37	12	8	4	25	10
5	10	<b>Раздел 9. Уравнение теплопроводности.</b> 3.1. Вывод уравнения теплопроводности для различных случаев. 3.2. Решение уравнения теплопроводности для различных случаев.	40	15	10	5	25	10
5	10	<b>Раздел 10. Уравнения Лапласа и Пуассона.</b> 4.1 Вывод и решение уравнения Лапласа. 4.2 Вывод и решение уравнения Пуассона.	40	15	10	5	25	10
5	10	<b>Раздел 11. Линейные уравнения 2 порядка в частных производных.</b> 5.1. Классификация линейных уравнений 2 порядка в частных производных. 5.2. Приведение линейных уравнений к каноническому виду.	16	6	4	2	10	5
<b>Всего за 10 семестр</b>			144	51	34	17	93	40
<b>Всего по дисциплине</b>			252	102	68	34	150	100

#### 3.2. Аудиторный практикум

№ п/п	Номер и наименование раздела дисциплины	Тема практического занятия	Объем, ауд. часов
1	Раздел 1. Простейшая задача классического вариационного исчисления.	Простейшая задача классического вариационного исчисления. Необходимое условие экстремума в простейшей задаче классического вариационного исчисления	2
2	Раздел 2. Достаточные условия слабого минимума в простейшей задаче.	Достаточные условия слабого минимума в простейшей задаче классического вариационного исчисления Условие Лежандра. Условие Якоби.	2
3	Раздел 3. Функция Вейерштрасса. Необходимое условие сильного минимума в простейшей задаче классического вариационного исчисления.	Необходимое условие сильного минимума в простейшей задаче классического вариационного исчисления. Функция Вейерштрасса. Связь условий Вейерштрасса и Лежандра. Достаточные условия минимума функционала.	4
4	Раздел 4. Первая и вторая вариации функционала. Уравнение Эйлера-Лагранжа.	Первая и вторая вариации функционала. Уравнение Эйлера—Лагранжа. Условие Якоби о возможности построения поля экстремалей	2
5	Раздел 5. Принцип наименьшего действия.	Простейшая векторная задача классического вариационного исчисления. Принцип наименьшего действия. Естественные граничные условия для простейшего функционала. Уравнение Эйлера—Пуассона. Задача Больца. Изопериметрическая задача.	4
6	Раздел 6. Задача Лагранжа с голономными и неголономными	Задача Лагранжа с голономными связями. Задача Лагранжа в понтягинской форме.	3

	связями.		
<b>Всего за 9 семестр</b>			17
7	Раздел 7. Отдельные разделы функционального анализа.	Ортогональные системы функций, ряды из них. Уравнение Бесселя, его решение. Ортогональность функций Бесселя, интеграл Фурье.	1
8	Раздел 8. Уравнение малых колебаний.	Вывод и решение уравнения малых колебаний способом Даламбера. Вывод и решение уравнения малых колебаний способом Фурье.	4
9	Раздел 9. Уравнение теплопроводности.	Вывод и решение уравнения теплопроводности для различных случаев.	5
10	Раздел 10. Уравнения Лапласа и Пуассона.	Вывод и решение уравнения Лапласа. Вывод и решение уравнения Пуассона.	5
11	Раздел 11. Линейные уравнения 2 порядка в частных производных.	Линейные уравнения 2 порядка в частных производных.	2
<b>Всего за 10 семестр</b>			17

### 3.3. Самостоятельная работа студента (СРС)

№ п/п	Номер и наименование раздела дисциплины	Содержание учебного задания	Объем, часов
1	Раздел 1. Простейшая задача классического вариационного исчисления.	Повторение необходимых условий локального экстремума гладкой функции нескольких переменных. Изучение постановки простейшей вариационной задачи.	9
2	Раздел 2. Достаточные условия слабого минимума в простейшей задаче.	Повторение достаточных условий локального экстремума гладкой функции нескольких переменных. Изучение формулировок условий Лежандра и Якоби.	12
3	Раздел 3. Функция Вейерштрасса. Необходимое условие сильного минимума в простейшей задаче классического вариационного исчисления.	Изучение условий Лежандра и Якоби, функции Вейерштрасса, достаточных условий сильного минимума интегрального функционала.	10
4	Раздел 4. Первая и вторая вариации функционала. Уравнение Эйлера-Лагранжа.	Повторение формулы интегрирования по частям и дифференцирования под знаком интеграла. Изучение вывода уравнения Эйлера.	5
5	Раздел 5. Принцип наименьшего действия.	Изучение векторной задачи вариационного исчисления, принципа наименьшего действия, уравнения Эйлера-Пуассона.	15
6	Раздел 6. Задача Лагранжа с голономными и неголономными связями.	Повторение условного экстремума функции нескольких переменных. Изучение задачи Лагранжа с голономными связями.	6
<b>Всего за 9 семестр</b>			57
7	Раздел 7. Отдельные разделы функционального анализа.	Повторение темы «Ряды Фурье, операционное исчисление» из общего курса высшей математики	8
8	Раздел 8. Уравнение малых колебаний.	Решение предложенных задач. Построение математических моделей для уравнения теплопроводности и их визуализация с помощью системы компьютерной алгебры.	25
9	Раздел 9. Уравнение теплопроводности.	Решение предложенных задач. Построение математических моделей для уравнения теплопроводности и их визуализация с помощью системы компьютерной алгебры.	25
10	Раздел 10. Уравнения Лапласа и Пуассона.	Решение предложенных задач. Построение математических моделей для задач и их визуализация с помощью системы компьютерной алгебры.	25
11	Раздел 11. Линейные уравнения 2 порядка в частных производных.	Изучение теоретического материала. Решение предложенных задач.	10
<b>Всего за 10 семестр</b>			93

#### 4. ФОРМЫ КОНТРОЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

СЕМЕСТР	НЕДЕЛИ СЕМЕСТРА																
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
9		ВПЗ				ДР		ВПЗ		ДР		ВПЗ		ВПЗ		ДР	зач.
10		ВПЗ				ДР		ВПЗ		ДР		ВПЗ		ВПЗ		ДР	диф. зач.

Условные обозначения:

- ДР – диагностическая работа;
- ВПЗ – вопросы/задания по темам ПЗ;
- зач. – зачет;
- диф. зач. – дифференцированный зачет.

**Текущий контроль успеваемости** студентов проводится в дискретные временные интервалы в следующих формах:

- диагностическая работа;
- вопросы/задания по темам ПЗ.

**Промежуточная аттестация** проводится в формах:

- зачет;
- дифференцированный зачет.



## 5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 5.1. Основная литература по дисциплине:

1. А. А. Кононова, А. Л. Белкова. . Уравнения математической физики. СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2019, эл. рес.
2. А. А. Кононова, А. Л. Белкова. . Уравнения математической физики. СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2019, 66 экз.
3. А. П. Рябушко. Индивидуальные задания по высшей математике. Ч. 4 Операционное исчисление. БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2007, эл. рес.
4. А. П. Рябушко. Индивидуальные задания по высшей математике. Ч. 4 Операционное исчисление. БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2007, 198 экз.
5. А. П. Рябушко, В. В. Бархатов, В. В. Державец. Ряды. БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2007, 146 экз.
6. А. П. Рябушко, В. В. Бархатов, В. В. Державец. Индивидуальные задания по высшей математике. Ч. 3 Ряды. БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2007, эл. рес.
7. Б. П. Родин. . Вариационное исчисление. СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2017, эл. рес.
8. Б. П. Родин. . Вариационное исчисление. СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2017, 50 экз.
9. В. И. Ванько, О. В. Ермошина, Г. Н. Кувыркин. . Вариационное исчисление и оптимальное управление. М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2018, 30 экз.
10. В. Л. Файншмидт. . Ортогональные функции и краевые задачи. СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2021, эл. рес.
11. В. Л. Файншмидт. . Ортогональные функции и краевые задачи. СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2021, 146 экз.
12. В. Л. Файншмидт, Н. В. Тарасова. . Некоторые уравнения математической физики. СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2016, эл. рес.
13. В. Л. Файншмидт, Н. В. Тарасова. . Некоторые уравнения математической физики. СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2016, 39 экз.
14. М. О. Лебедев. . Введение в вариационное исчисление. СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2022, эл. рес.
15. М. О. Лебедев. . Введение в вариационное исчисление. СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2022, 27 экз.

### 5.2. Дополнительная литература по дисциплине:

не требуется.

### 5.3. Периодические издания:

не требуются.

### 5.4. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины, электронные библиотечные системы:

1. <https://urait.ru/> — Главная – Образовательная платформа Юрайт. Для вузов и ссузов.;
2. <https://library.voenmeh.ru/> — Фундаментальная библиотека БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова.

### Современные профессиональные базы данных:

1. <https://rusneb.ru> – Национальная электронная библиотека (НЭБ);
2. <https://cyberleninka.ru/> - Научная электронная библиотека «Киберленинка»;  
<http://www.rfbr.ru/rffi/ru/library> - Полнотекстовая электронная библиотека Российского фонда фундаментальных исследований.

### Информационные справочные системы:

1. Техэксперт – Информационный портал технического регулирования: Нормы, правила, стандарты РФ;
2. [http://library.voenmeh.ru/jirbis2/index.php?option=com\\_irbis&view=irbis&Itemid=457](http://library.voenmeh.ru/jirbis2/index.php?option=com_irbis&view=irbis&Itemid=457) - БД ГОСТов собственной генерации БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова;
3. <http://www.consultant.ru/> - КонсультантПлюс- информационный портал правовой информации.

### 5.5. Программное обеспечение:

не требуется.

### 5.6. Информационные технологии:

взаимодействие с обучающимися посредством ЭИОС Moodle БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова.

## **6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **6.1. Лекционные занятия:**

специализированные требования по оборудованию отсутствуют; аудитория с посадочными местами по количеству студентов; доска.

### **6.2. Практические занятия:**

1. Аудитория с числом посадочных мест не меньше количества обучающихся.

### **6.3. Прочее:**

1. рабочее место преподавателя, оснащенное компьютером с доступом в Интернет;
2. рабочие места студентов, оснащенные компьютерами с доступом в Интернет, предназначенные для работы в электронной образовательной среде.

### Аннотация рабочей программы

Дисциплина **ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА В НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЯХ** является дисциплиной **обязательной части блока 1** программы подготовки по направлению *15.04.03 Прикладная механика*. Дисциплина реализуется на факультете *О Естественнoнаучный БГТУ "ВОЕНМЕХ"* им. Д.Ф. Устинова кафедрой *О6 ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА*.

Дисциплина нацелена на формирование *компетенций*:

ОПК-5 Способен разрабатывать аналитические и численные методы при создании математических моделей машин, приводов, оборудования, систем, технологических процессов.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с постановкой задачи и построения математической модели для реальных условий, используя методы и модели высшей математики; а также представления результатов своих исследований в виде полной математической модели.

Программой дисциплины предусмотрены следующие **виды контроля**:

**Текущий контроль успеваемости** студентов проводится в дискретные временные интервалы в следующих формах:

- диагностическая работа;
- вопросы/задания по темам ПЗ.

**Промежуточная аттестация** проводится в формах:

- зачет;
- дифференцированный зачет.

Общая трудоемкость освоения дисциплины составляет 7 з.е., 252 ч. Программой дисциплины предусмотрены лекционные занятия (**68 ч.**), практические занятия (**34 ч.**), самостоятельная работа студента (**150 ч.**).

## ТЕХНОЛОГИИ И ФОРМЫ ОБУЧЕНИЯ

### Рекомендации по освоению дисциплины для студента

Трудоемкость освоения дисциплины составляет 252 ч., из них 102 ч. аудиторных занятий, и 150 ч., отведенных на самостоятельную работу студента.

Рекомендации по распределению учебного времени по видам самостоятельной работы и разделам дисциплины приведены в таблице.

Контроль освоения дисциплины производится в соответствии с Положением о текущем, рубежном контроле успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся.

Формы контроля и критерии оценивания приведены в приложении 3 к Рабочей программе.

Наименование работы	Рекомендуемая литература	Трудоемкость, час.
<b>Раздел 1. Простейшая задача классического вариационного исчисления.</b>		
Повторение необходимых условий локального экстремума гладкой функции нескольких переменных. Изучение постановки простейшей вариационной задачи.	Б. П. Родин. . Вариационное исчисление: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2017 (1) В. И. Ванько, О. В. Ермошина, Г. Н. Кувыркин. . Вариационное исчисление и оптимальное управление: М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2018 (1) Б. П. Родин. . Вариационное исчисление: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2017 (1) М. О. Лебедев. . Введение в вариационное исчисление: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2022 (1)	9
Итого по разделу 1		9
<b>Раздел 2. Достаточные условия слабого минимума в простейшей задаче.</b>		
Повторение достаточных условий локального экстремума гладкой функции нескольких переменных. Изучение формулировок условий Лежандра и Якоби.	М. О. Лебедев. . Введение в вариационное исчисление: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2022 (2) Б. П. Родин. . Вариационное исчисление: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2017 (2) В. И. Ванько, О. В. Ермошина, Г. Н. Кувыркин. . Вариационное исчисление и оптимальное управление: М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2018 (3) Б. П. Родин. . Вариационное исчисление: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2017 (2)	12
Итого по разделу 2		12
<b>Раздел 3. Функция Вейерштрасса. Необходимое условие сильного минимума в простейшей задаче классического вариационного исчисления.</b>		
Изучение условий Лежандра и Якоби, функции Вейерштрасса, достаточных условий сильного минимума интегрального функционала.	Б. П. Родин. . Вариационное исчисление: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2017 (3) М. О. Лебедев. . Введение в вариационное исчисление: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2022 (2) В. И. Ванько, О. В. Ермошина, Г. Н. Кувыркин. . Вариационное исчисление и оптимальное управление: М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2018 (3) Б. П. Родин. . Вариационное исчисление: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2017 (3)	10

Итого по разделу 3		10
<b>Раздел 4. Первая и вторая вариации функционала. Уравнение Эйлера-Лагранжа.</b>		
Повторение формулы интегрирования по частям и дифференцирования под знаком интеграла. Изучение вывода уравнения Эйлера.	Б. П. Родин. . Вариационное исчисление: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2017 (4) В. И. Ванько, О. В. Ермошина, Г. Н. Кувыркин. . Вариационное исчисление и оптимальное управление: М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2018 (2, 4) М. О. Лебедев. . Введение в вариационное исчисление: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2022 (3, 4, 5, 6, 13) Б. П. Родин. . Вариационное исчисление: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2017 (4)	5
Итого по разделу 4		5
<b>Раздел 5. Принцип наименьшего действия.</b>		
Изучение векторной задачи вариационного исчисления, принципа наименьшего действия, уравнения Эйлера-Пуассона.	В. И. Ванько, О. В. Ермошина, Г. Н. Кувыркин. . Вариационное исчисление и оптимальное управление: М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2018 (4) Б. П. Родин. . Вариационное исчисление: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2017 (5) Б. П. Родин. . Вариационное исчисление: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2017 (5) М. О. Лебедев. . Введение в вариационное исчисление: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2022 (9, 10, 12)	15
Итого по разделу 5		15
<b>Раздел 6. Задача Лагранжа с голономными и неголономными связями.</b>		
Повторение условного экстремума функции нескольких переменных. Изучение задачи Лагранжа с голономными связями.	Б. П. Родин. . Вариационное исчисление: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2017 (4) Б. П. Родин. . Вариационное исчисление: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2017 (4) М. О. Лебедев. . Введение в вариационное исчисление: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2022 (7) В. И. Ванько, О. В. Ермошина, Г. Н. Кувыркин. . Вариационное исчисление и оптимальное управление: М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2018 (4)	6
Итого по разделу 6		6
<b>Раздел 7. Отдельные разделы функционального анализа.</b>		
Повторение темы «Ряды Фурье, операционное исчисление» из общего курса высшей математики	А. П. Рябушко, В. В. Бархатов, В. В. Державец. Ряды: БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2007 (12) А. А. Кононова, А. Л. Белкова. . Уравнения математической физики: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2019 (1) В. Л. Файншмидт. . Ортогональные функции и краевые задачи: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2021 (1, 2) В. Л. Файншмидт. . Ортогональные функции и краевые задачи: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2021 (1, 2) А. П. Рябушко. Индивидуальные задания по высшей математике. Ч. 4 Операционное исчисление: БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2007 (16) А. П. Рябушко. Индивидуальные задания по высшей математике. Ч. 4 Операционное	8

	исчисление: БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2007 (16) А. А. Кононова, А. Л. Белкова. . Уравнения математической физики: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2019 (1) А. П. Рябушко, В. В. Бархатов, В. В. Державец. Индивидуальные задания по высшей математике. Ч. 3 Ряды: БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2007 (12)	
Итого по разделу 7		8
<b>Раздел 8. Уравнение малых колебаний.</b>		
Решение предложенных задач. Построение математических моделей для уравнения теплопроводности и их визуализация с помощью системы компьютерной алгебры.	А. П. Рябушко, В. В. Бархатов, В. В. Державец. Ряды: БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2007 (12) А. П. Рябушко, В. В. Бархатов, В. В. Державец. Индивидуальные задания по высшей математике. Ч. 3 Ряды: БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2007 (12) А. А. Кононова, А. Л. Белкова. . Уравнения математической физики: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2019 (2) В. Л. Файншмидт, Н. В. Тарасова. . Некоторые уравнения математической физики: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2016 (1) А. А. Кононова, А. Л. Белкова. . Уравнения математической физики: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2019 (2) В. Л. Файншмидт, Н. В. Тарасова. . Некоторые уравнения математической физики: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2016 (1)	25
Итого по разделу 8		25
<b>Раздел 9. Уравнение теплопроводности.</b>		
Решение предложенных задач. Построение математических моделей для уравнения теплопроводности и их визуализация с помощью системы компьютерной алгебры.	В. Л. Файншмидт, Н. В. Тарасова. . Некоторые уравнения математической физики: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2016 (2) А. П. Рябушко. Индивидуальные задания по высшей математике. Ч. 4 Операционное исчисление: БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2007 (16) А. П. Рябушко. Индивидуальные задания по высшей математике. Ч. 4 Операционное исчисление: БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2007 (16) В. Л. Файншмидт, Н. В. Тарасова. . Некоторые уравнения математической физики: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2016 (2) А. А. Кононова, А. Л. Белкова. . Уравнения математической физики: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2019 (3) А. А. Кононова, А. Л. Белкова. . Уравнения математической физики: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2019 (3)	25
Итого по разделу 9		25
<b>Раздел 10. Уравнения Лапласа и Пуассона.</b>		
Решение предложенных задач. Построение математических моделей для задач и их визуализация с помощью системы компьютерной алгебры.	А. А. Кононова, А. Л. Белкова. . Уравнения математической физики: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2019 (4) А. А. Кононова, А. Л. Белкова. . Уравнения математической физики: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2019 (4) В. Л. Файншмидт, Н. В. Тарасова. .	25

	Некоторые уравнения математической физики: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2016 (3) В. Л. Файншмидт, Н. В. Тарасова. . Некоторые уравнения математической физики: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2016 (3)	
Итого по разделу 10		25
<b>Раздел 11. Линейные уравнения 2 порядка в частных производных.</b>		
Изучение теоретического материала. Решение предложенных задач.	А. А. Кононова, А. Л. Белкова. . Уравнения математической физики: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2019 (5) В. Л. Файншмидт, Н. В. Тарасова. . Некоторые уравнения математической физики: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2016 (4) В. Л. Файншмидт, Н. В. Тарасова. . Некоторые уравнения математической физики: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2016 (4) А. А. Кононова, А. Л. Белкова. . Уравнения математической физики: СПб.БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, 2019 (5)	10
Итого по разделу 11		10



## ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Фонд оценочных средств, позволяющие оценить результаты обучения по данной дисциплине, включают в себя:

- диагностическая работа
- вопросы/задания по темам ПЗ;
- зачет;
- дифференцированный зачет.

### Критерии оценивания

#### Диагностическая работа

Диагностическая работа проводится в форме теста в ЭИОС Moodle:

- при правильном ответе менее чем на 60% вопросов - не аттестация;
- при правильном ответе на 60% вопросов и более - аттестация.

#### Вопросы/задания по темам ПЗ

Выполнение контрольных мероприятий по темам практических занятий и самостоятельной работы, которые объявляются в начале семестра с указанием баллов за их выполнение в соответствии с технологической картой курса.

Образцы вопросов и технологические карты можно найти в УМК дисциплины и ЭИОС Moodle.

#### Зачет

Оценка "зачтено" выставляется, если набрано от 60 баллов в соответствии с технологической картой курса.

#### Дифференцированный зачет

Оценка "зачтено-удовлетворительно" выставляется, если набрано от 51 до 74 баллов в соответствии с технологической картой курса.

Оценка "зачтено-хорошо" выставляется, если набрано от 75 до 84 баллов в соответствии с технологической картой курса.

Оценка "зачтено-отлично" выставляется, если набрано от 85 баллов в соответствии с технологической картой курса.

КУРС	СЕМЕСТР	Наименование разделов и дидактических единиц	ВСЕГО	Аудиторные занятия в контактной форме			Самостоятельная работа студентов	Формируемая компетенция, %	НАИМЕНОВАНИЕ ОЦЕНОЧНОГО СРЕДСТВА
				ВСЕГО	Лекции	Практические занятия		ОПК-5	
5	9	Раздел 1. Простейшая задача классического вариационного исчисления.	15	6	4	2	9	10	Вопросы/ задания по темам ПЗ
5	9	Раздел 2. Достаточные условия слабого минимума в простейшей задаче.	20	8	6	2	12	10	Вопросы/ задания по темам ПЗ
5	9	Раздел 3. Функция Вейерштрасса. Необходимое условие сильного минимума в простейшей задаче классического вариационного исчисления.	20	10	6	4	10	10	Вопросы/ задания по темам ПЗ
5	9	Раздел 4. Первая и вторая вариации функционала. Уравнение Эйлера-Лагранжа.	11	6	4	2	5	10	Вопросы/ задания по темам ПЗ
5	9	Раздел 5. Принцип наименьшего действия.	29	14	10	4	15	10	Вопросы/ задания по темам ПЗ
5	9	Раздел 6. Задача Лагранжа с голономными и неголономными связями.	13	7	4	3	6	10	Вопросы/ задания по темам ПЗ
Всего за 9 семестр			108	51	34	17	57	60	
5	10	Раздел 7. Отдельные разделы функционального анализа.	11	3	2	1	8	5	Вопросы/ задания по темам ПЗ
5	10	Раздел 8. Уравнение малых колебаний.	37	12	8	4	25	10	Вопросы/ задания по темам ПЗ
5	10	Раздел 9. Уравнение теплопроводности.	40	15	10	5	25	10	Вопросы/ задания по темам ПЗ
5	10	Раздел 10. Уравнения Лапласа и Пуассона.	40	15	10	5	25	10	Вопросы/ задания по темам ПЗ
5	10	Раздел 11. Линейные уравнения 2 порядка в частных производных.	16	6	4	2	10	5	Вопросы/ задания по темам ПЗ
Всего за 10 семестр			144	51	34	17	93	40	
Всего по дисциплине			252	102	68	34	150	100	

# Оценочные материалы по дисциплине ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА В НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЯХ

ОПК-5 - Способен разрабатывать аналитические и численные методы при создании математических моделей машин, приводов, оборудования, систем, технологических процессов

№ 1 Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ

Составить уравнение Эйлера для функционала  $J(y) = \int_0^1 (y^2 - y'^2) dx$ , заданного на множестве  $X = \{y(x) | y(x) \in C_1[0; 1], y(0) = 0, y(1) = 1\}$

№ 2 Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ

При решении волнового уравнения нетривиальное решение задачи  $X''(x) + \lambda X(x) = 0, X(x) \neq 0$  имеет вид  $X(x) = D_1 \cos \sqrt{\lambda} x + D_2 \sin \sqrt{\lambda} x$ . При заданных граничных условиях  $u(0; t) = u_x(l; t) = 0$  собственная функция имеет вид

№ 3 Прочитайте текст и установите соответствие

Установить соответствие между подынтегральным выражением функционала

$$J(y) = \int_a^b F(x, y, y') dx$$

и уравнением Эйлера-Лагранжа

- |   |                               |   |                       |
|---|-------------------------------|---|-----------------------|
| 1 | $F(y, y', x) = x^2 + y'^2$    | А | $y' = \text{const}$   |
| 2 | $F(y, y', x) = x^2 + y^2$     | Б | $y = 0$               |
| 3 | $F(y, y', x) = y^2 + y'^2$    | В | $y'' - y = 0$         |
| 4 | $F(y, y', x) = x(y^2 + y'^2)$ | Г | $xy'' + y' - xy = 0'$ |
| 5 | $F(y, y', x) = 4x^2 + y^2$    |   |                       |

№ 4 Прочитайте текст и установите соответствие

Установить соответствие между уравнениями и их названиями

- |   |  |                             |
|---|--|-----------------------------|
| 1 | $xy \frac{\partial z}{\partial x} + (x - y) \frac{\partial z}{\partial y} = x^2 + y^2$ | А уравнение первого порядка |
| 2 | $(x + y) \frac{\partial z}{\partial x} + xy \frac{\partial z}{\partial y} = 0$         | Б уравнение первого порядка |
| 3 | $zx \frac{\partial z}{\partial x} + zy \frac{\partial z}{\partial y} = x - y$          | В квазилинейное уравнение   |

линейное  
однородное

А уравнение  
первого  
порядка

линейное  
неоднородное

Б уравнение  
первого  
порядка

В квазилинейное  
уравнение

первого  
порядка  
нелинейное  
Г уравнение  
первого  
порядка

4 
$$\frac{\partial z}{\partial x} \cdot \frac{\partial z}{\partial y} + 2x \frac{\partial z}{\partial x} - 3y \frac{\partial z}{\partial y} = 0$$

5 
$$x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = z$$

№ 5 Прочитайте текст и установите последовательность

Пусть дан интегральный функционал \_\_\_\_А\_\_\_\_ граничные условия \_\_\_\_Б\_\_\_\_ дана непрерывная функция  $y = \varphi(x)$  и существует положительное число  $\varepsilon > 0$ ; такое что для любой непрерывной функции  $y = \psi(x)$ , такой что  $\psi(x_1) = y_1, \psi(x_2) = y_2$ , для которой выполнено неравенство \_\_\_\_В\_\_\_\_ выполняется и неравенство \_\_\_\_Г\_\_\_\_

Тогда говорят, что функция  $y = \varphi(x)$  доставляет функционалу  $J(y)$  сильный локальный минимум.

Установить соответствие незаполненных ячеек А,Б,В,Г и блоков 1,2,3,4.

1	$J(y) = \int_{x_1}^{x_2} F(x, y, y') dx,$
2	$y(x_1) = y_1, y(x_2) = y_2,$
3	$\max_{x \in [x_1, x_2]}  \varphi(x) - \psi(x)  < \varepsilon,$
4	$J(\varphi(x)) \leq J(\psi(x))$

№ 6 Прочитайте текст, выберите правильный ответ и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа  
Выбрать правильное утверждение из следующих:

- 1 если функция доставляет слабый экстремум, то она доставляет и сильный
- 2 если функция доставляет сильный экстремум, то она доставляет и слабый
- 3 если функция не доставляет сильный экстремум, то она доставляет слабый
- 4 если функция не доставляет сильный экстремум, то она не доставляет и слабый

№ 7 Прочитайте текст, выберите правильный ответ и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа

Уравнение Эйлера для функционала  $J(y) = \int_a^b x^2 y'^2(x) dx$

- 1 имеет интеграл энергии
- 2 имеет интеграл импульса
- 3 не имеет интеграла импульса
- 4 имеет и интеграл энергии и интеграл импульса

№ 8 Прочитайте текст, выберите правильный ответ и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа

Указать, какую нужно сделать замену переменных в линейном дифференциальном уравнении второго порядка  $u_{xx} + 5u_{xy} + 4u_{yy} = 0$ , чтобы привести его к каноническому виду.

1	$\xi = y + x, \eta = y + 3x$
2	$\xi = y + 4x, \eta = y - 2x$
3	$\xi = y - 2x, \eta = y + x$
4	$\xi = y - x, \eta = y - 4x$

№ 9 Прочитайте текст, выберите правильные ответы и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответов

При каких  $F(x, y, y')$  уравнения Эйлера-Лагранжа функционала  $J(y) = \int_{x_0}^{x_1} F(x, y, y') dx$  будут дифференциальными уравнениями алгебраическими

- 1  $F(y, y', x) = x^2 + y'^2$
- 2  $F(y, y', x) = x^2 + y^2$
- 3  $F(y, y', x) = x^2 y' + y'^2$
- 4  $F(y, y', x) = x(y^2 + y^3)$

№ 10 Прочитайте текст, выберите правильные ответы и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответов

Какое из приведенных уравнений является волновым уравнением?

1	$u_{tt} = a^2 u_{xx}$
2	$u_t = a^2 u_{xx}$
3	$u_{tt} = a^2 (u_{xx} + u_{yy})$
4	$u_{tt} + u_{xx} = 0$

№ 11 Прочитайте текст, выберите правильные ответы и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответов

Выяснить какие из приведенных равенств являются уравнениями в частных производных

1	$u_{xx}^2 + u_{yy}^2 - (u_{xx} - u_{yy})^2 = 0$
2	$\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y} = 0$
3	$x^2 + y^2 + z^2 = 1$
4	$\ln x + y'' = x^2 y'$

№ 12 Прочитайте текст и установите последовательность

Говорят, что решение задачи математической физики А и Б, если оно непрерывно В от начальных данных и если Г малым изменениям начальных данных задачи соответствуют Д малые изменения решения. ¶

1□	единственно□
2□	зависит□
3□	существует□
4□	предельно □