

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Балтийский государственный технический университет
«ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова»
(БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова)

СОГЛАСОВАНО

Председатель экзаменационной комиссии
по дисциплине «Математическое
моделирование, численные методы и
комплексы программ»


подпись

И.В. Тетерина

УТВЕРЖДЕНО

И.о. ректора, председатель
приемной комиссии



подпись

А.Е. Шашурин

ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ

по научной специальности

**1.2.2 «Математическое моделирование, численные методы
и комплексы программ»**

Санкт-Петербург

2025 г.

Содержание основных тем испытания

Раздел 1 Математические основы

1. Интерполяционные многочлены Лагранжа и Ньютона. Погрешность приближения функции её интерполяционным многочленом.
2. Квадратурные формулы прямоугольников, трапеций и Симпсона. Их точность.
3. Прямые метода решения СЛАУ. Метод Крамера. Метод Гаусса.
4. Одношаговые итерационные методы решения СЛАУ. Методы Якоби и Зейделя.
5. Методы решения трансцендентных уравнений: метод бисекций. Методы решения трансцендентных уравнений: метод Ньютона.
6. Методы решения трансцендентных уравнений: простой итерации. Методы решения трансцендентных уравнений: метод секущих.
7. Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Явный метод Эйлера. Явные методы Рунге-Кутты.
8. Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Явный и неявный метод Адамса.
9. Нормальная система ОДУ, задача Коши.
10. Нормальная система линейных ОДУ. Метод вариации постоянных. Линейное дифференциальное уравнение n -го порядка.
11. Структура решения линейной однородной системы ОДУ с постоянными коэффициентами. Линейное дифференциальное уравнение n -го порядка с постоянными коэффициентами.
12. Приближенные методы решения задачи Коши для ОДУ.
13. Понятие устойчивости решения нормальной системы ОДУ. Устойчивость тривиального решения линейной однородной системы ОДУ с постоянными коэффициентами.
14. Постановка краевой задачи для ОДУ. Метод стрельбы.
15. Постановка краевых задач и задачи Коши для уравнения параболического типа. Корректно и некорректно поставленные задачи.
16. Решение краевых задач для уравнений гиперболического и параболического типов методом Фурье.
17. Свойство аппроксимации разностной схемы. Сходимость разностной схемы. Устойчивость разностной схемы. Зависимость между аппроксимацией, устойчивостью и сходимостью.
18. Устойчивость разностных схем. Спектральный признак устойчивости. Устойчивость разностных схем для уравнения диффузии.
19. Устойчивость разностных схем. Устойчивость разностных схем для уравнения переноса. Условие устойчивости Куранта – Фридрихса – Леви.

20. Разностная схема решения задачи Дирихле для уравнения Пуассона в прямоугольнике.

Раздел 2 Математическая физика

1. Математическое моделирование течений газа. Методика математического моделирования. Триада моделирования.
2. Интегральная форма уравнений газодинамики для подвижного объема. Форма обобщенного закона сохранения.
3. Интегральная форма уравнений газодинамики для фиксированного объема. Форма обобщенного закона сохранения.
4. Интегральная форма уравнений газодинамики для перемещающегося объема. Форма обобщенного закона сохранения.
5. Субстанциональный и локальный подходы (метод Лагранжа и метод Эйлера) к описанию сплошной среды.
6. Дифференциальная форма уравнений газодинамики. Консервативные и физические переменные.
7. Волновые решения и гиперболические системы. Характеристическая форма гиперболической системы.
8. Законы сохранения для материального объема и балансовые соотношения.
9. Основные уравнения математической физики. Уравнение Лапласа (Пуассона), уравнение нестационарной теплопроводности, волновое уравнение.
10. Характеристический анализ дифференциального уравнения с частными производными второго порядка. Типы уравнений. Постановка краевых задач для уравнений различного типа. Понятие о методе установления при решении стационарной краевой задачи.
11. Разностные схемы (явная и неявная) для одномерного линейного уравнения теплопроводности.
12. Разностные схемы (явные и неявные) для одномерного линейного уравнения переноса.

Раздел 3 Методы математического моделирования

1. Основные понятия теории разностных схем. Простейшие разностные операторы. Явные схемы, неявные схемы, двухслойные схемы, трехслойные схемы.
2. Необходимое условие устойчивости по начальным данным задачи Коши для двухслойных эволюционных разностных схем (признак фон Неймана).
3. Явные и неявные разностные схемы. Решение краевых задач методом прогонки.
4. Расчетные сетки: структуры, типы, основные свойства. Критерии качества расчетных сеток.
5. Криволинейные координаты и криволинейные сетки. Неструктурированные сетки. Структуры данных для представления сетки.

6. Методы построения неструктурированных сеток: метод пространственной декомпозиции.
7. Методы построения неструктурированных сеток: метод продвигаемого фронта.
8. Методы построения неструктурированных сеток: метод триангуляции Делоне.
9. Метод конечных разностей. Основные подходы численного решения дифференциальных уравнений, заложенные в методе. Метод построения разностных схем.
10. Метод контрольного объёма. Основные подходы численного решения дифференциальных уравнений, заложенные в методе. Метод построения разностных схем.
11. Численное решение задач параболического типа. Разностные схемы для уравнения теплопроводности. Метод прогонки.
12. Разностная аппроксимация простейших дифференциальных операторов (первая и вторая производная, порядок аппроксимации, формулы дифференцирования назад, вперед и центральные) Производные на трехточечном шаблоне.
13. Первое дифференциальное приближение. Исследование свойств разностных схем на основе первого дифференциального приближения.
14. Свойства решений простейших дифференциальных уравнений в частных производных. Волновые решения. Диффузия. Диссипация. Дисперсия.
15. Дифференциальное приближение разностной схемы. Противопоточная разностная схема. Схема Лакса.
16. Метод Лакса – Вендроффа. Двухшаговый метод Лакса – Вендроффа. Метод МакКормака.
17. Граничные условия для гиперболических задач. Характеристическая форма граничных условий. Типы граничных условий. Фиктивные ячейки.
18. Выставление граничных условий в задаче о квазиодномерном течении в сопле.
19. Связь разностного и дифференциального операторов.
20. Первое дифференциальное приближение. Исследование свойств разностных схем на основе первого дифференциального приближения.
21. Нелинейная задача теплопроводности. Задача Стефана. Моделирование задач с фазовым переходом. Метод ловли в пространственный узел ячейки.
22. Нелинейная задача теплопроводности. Разностные схемы (явная и неявная) для уравнения теплопроводности с коэффициентами, зависящими от температуры.
23. Нелинейная задача теплопроводности. Разностные схемы для уравнения теплопроводности с нелинейными граничными условиями (излучение на границе).
24. Задача о распаде произвольного разрыва (задача Римана). Вычисление потоков на основе задачи о распаде разрыва.

25. Имитационное моделирование начального участка сверхзвуковой струи. Основные положения маршевого метода расчета. Решение задачи о взаимодействии двух стационарных сверхзвуковых потоков.
26. Метод Годунова. Линеаризованные схемы распада разрыва. Нахождение потоков по методу Роу.
27. Нахождение потоков по методу Стегера-Уорминга. Нахождение потоков по методу ван Лира. Нахождение потоков по методу Лиу-Стеффана.
28. Разностные схемы повышенного порядка точности. Немонотонные разностные схемы. Разностная схема Лакса-Вендроффа.
29. Квазимонотонные разностные TVD-схемы. Монотонность решения. Полная вариация. Схемы ограниченной полной вариации.
30. TVD схемы. Схема ван Лира. Схема Чакраварти-Ошера.
31. Квазимонотонные разностные ENO-схемы. Одномерная ENO реконструкция и аппроксимация.

Рекомендуемая литература и материалы для подготовки

Основная литература:

1. Пименов В.Г. Численные методы : в 2 ч. / В.Г. Пименов, А.Б. Ложников; [науч. ред. Ю. А. Меленцова]; М-во образования и науки Рос. Федерации, Урал, федер. ун-т. - Екатеринбург: Изд-во Урал, ун-та, 2014. ISBN 978-5-7996-1015-9, ISBN 978-5-7996-1342-6 (часть 2).
2. Богомолов Е.Н. Численные методы гидрогазодинамики: Учебное пособие. – Рыбинск: РГАТА имени П. А. Соловьёва, 2010. – 92 с.
3. Пирумов У.Г. Численные методы: учебное пособие. – М.: МАИ. 1998. – 188 с.
4. Амосов А.А., Дубинский Ю.А., Копченова Н.В. Вычислительные методы для инженеров: Учебное пособие. – 2-е изд., доп. – М.: Издательство МЭИ, 2003. – 596 с.
5. Многосеточные методы в задачах вычислительной гидродинамики: учебное пособие / А.С. Козелков [и др.]; Нижегород. гос. техн. ун-т им. Р.Е. Алексеева. – Нижний Новгород, 2022. – 214 с.
6. Самарский А.А., Вабищевич П.Н. Вычислительная теплопроводность. – М. Едиториал УРСС, 2003. – 784 с.
7. Пантакар С.В. Численное решение задач теплопроводности и конвективного теплообмена при течении в каналах: Пер. с англ. Е.В. Калабина; под ред. Г.Г. Янькова. - М.: Издательство МЭИ, 2003. – 312 с.
8. Шапорев С.Д. Методы вычислительной математики и их приложения. – СПб.: СММО Пресс, – 2003. – 232 с.
9. Емельянов В.Н. Численные методы: введение в теорию разностных схем. Москва: Юрайт, 2020.

10. Волков К.Н., Емельянов В.Н. Вычислительные технологии в задачах механики жидкости и газа. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2012.
11. Волков К.Н., Емельянов В.Н., Тетерина И.В. Газовые течения в соплах энергоустановок. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2017.
12. Волков К.Н., Дерюгин Ю.Н., Емельянов В.Н. Разностные схемы в задачах газовой динамики на неструктурированных сетках. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2014.
13. Молчанов А.М. Математическое моделирование задач газодинамики и теплообмена. - М.: Изд-во МАИ, 2013. – 208 с.
14. Миньков Л.Л., Шрагер Э.Р. Основные подходы к численному решению одномерных уравнений газовой динамики : учеб. пособие. – Томск: STT, 2016. – 136 с.
15. Петров И.Б. Лекции по вычислительной математике: учебное пособие / И.Б. Петров, А.И. Лобанов. - М.: Интернет-Университет Информационных Технологий; БИНОМ. Лаборатория знаний, 2006. – 523 с

Дополнительная литература:

1. Волков К.Н., В.Н. Емельянов. Моделирование крупных вихрей в расчётах турбулентных течений. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008.
2. Волков К.Н., Емельянов В.Н., Зазимко В.А. Турбулентные струи – статистические модели и моделирование крупных вихрей. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2013.
3. Численное решение многомерных задач газовой динамики. С.К. Годунов, А.В. Забродин, М.Я. Иванов, А.Н. Крайко, Г.П. Прокопов. Главная редакция физико-математической литературы изд-ва «Наука», М., 1976 – 400 с.
4. Флетчер К. Вычислительные методы в динамике жидкостей: В 2-х томах: Т. 1: Пер. с англ. – М.: Мир, 1991. – 504 с.
5. Флетчер К. Вычислительные методы в динамике жидкостей: В 2-х томах: Т. 2: Пер. с англ. – М.: Мир, 1991. – 552 с.
6. Оран Э., Борис Дж. Численное моделирование реагирующих потоков: пер. с англ. – М.: Мир, 1990. – 660 с.
7. Роуч П. Вычислительная гидродинамика: пер. с англ. – В.А. Гущина, В.Я. Митницкий. – М.: Мир, 1980. – 616 с.

Электронные материалы:

1. <https://urait.ru> – Образовательная платформа «Юрайт». Для вузов и ссузов;
2. <https://e.lanbook.com> – ЭБС Лань;
3. <http://library.voenmeh.ru/jirbis2> – Библиотечно-издательский центр БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова.