

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Балтийский государственный технический университет «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова
(БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова)

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по научной работе и ИКТ

С.А. Матвеев

2018 г.



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Вариационное исчисление

(наименование дисциплины)

НАПРАВЛЕНИЕ ПОДГОТОВКИ:

09.06.01 Информатика и вычислительная техника

(указывается код и наименование направления подготовки)

НАПРАВЛЕННОСТЬ ПОДГОТОВКИ:

05.13.01 Системный анализ, управление и обработка информации

(указывается наименование направленности)

КВАЛИФИКАЦИЯ: **Исследователь. Преподаватель-исследователь**

ФОРМА ОБУЧЕНИЯ: **очная**

ВИД ПРОМЕЖУТОЧНОГО КОНТРОЛЯ:

зачет

(Зачет / Дифференцированный зачет / Экзамен)

Санкт-Петербург – 2018

1 Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю),

Цель занятий развить у аспирантов целостное понимание связи методов и моделей классического вариационного исчисления с задачами механики и теории управления.

Задачи занятий с аспирантами изучить классические задачи вариационного исчисления и их приложения в конкретных задачах теоретической механики и теории управления.

Дисциплина вносит вклад в формирование следующих **общих** для направления компетенций:

1. способностью к разработке новых методов исследования и их применению в самостоятельной научно-исследовательской деятельности в области профессиональной деятельности (ОПК-3);

Дисциплина вносит вклад в формирование следующих **профессиональных** компетенций:

1. способностью выполнять теоретические и прикладные исследования системных связей и закономерностей функционирования и развития объектов и процессов с учетом отраслевых особенностей, ориентированные на повышение эффективности управления ими с использованием современных методов обработки информации (ПК-2);
2. способностью разрабатывать методы и алгоритмы решения задач системного анализа, оптимизации, управления, принятия решений и обработки информации в приложении к различным предметным областям (ПК-4);
3. умением разрабатывать специальное математическое и программное обеспечение систем анализа, оптимизации, управления, принятия решений и обработки информации (ПК-5).

В результате освоения дисциплины (модуля) аспиранты будут *знать*:

1. основные задачи вариационного исчисления;
2. основные методы решения задач;
3. применение классических задач вариационного исчисления в теоретической механике.

Уметь:

1. правильно определять модель применяемой классической задачи в зависимости от формулировки исходной задачи;
2. критически анализировать параметры построенных моделей и их результаты.

Владеть:

1. методами вариационного исчисления;
2. анализом задач, относящихся к сфере вариационного исчисления;
3. анализом возможных вариантов решений.

Приобретут опыт деятельности:

1. постановки задачи и построения математической модели для реальных условий, используя методы и модели вариационного исчисления;
2. представления результатов своих исследований в виде полной математической модели.

2 Место дисциплины (модуля) в структуре программы аспирантуры

Дисциплина относится к вариативным дисциплинам программы аспирантуры.

Трудоёмкость освоения дисциплины составляет 4 зачетные единицы (з.е.) или 144 академических часа, в том числе 54 часа аудиторных занятий и 90 часов самостоятельной работы.

Дисциплина предназначена для формирования навыков построения математических моделей, базирующихся на методах вариационного исчисления. Она носит практико-ориентированный характер.

Изучение дисциплины опирается на знания, умения и навыки, приобретенные при освоении предшествующих образовательных программ, прежде всего, по следующим разделам Высшей математики: Интегральное исчисление, Дифференциальные уравнения, Теория Функций Нескольких Переменных.

Результаты изучения дисциплины будут использованы при изучении дисциплин: Ка-

чественная теория обыкновенных дифференциальных уравнений, Прикладные задачи оптимального управления, Системный анализ, управление и обработка информации, выполнении НИР и сдаче кандидатского экзамена.

3. Виды учебной работы и тематическое содержание дисциплины (модуля)

3.1 Виды учебной работы

Таблица 1

Вид учебной работы	Трудоемкость, акад. час
Аудиторные занятия, в том числе:	54
Лекционные занятия (ЛЗ)	18
Научно-практические занятия (НПЗ)	
Семинары (С)	36
Исследовательские лабораторные работы (ИЛР)	
Индивидуальные консультации (К)	
Самостоятельная работа (СР), в том числе:	90
Выполнение комплексных расчетно-исследовательских работ (РИР)	
Выполнение отдельных исследовательских заданий (ИЗ)	90
Подготовка рефератов (Р)	
Всего:	144

3.2. Содержание дисциплины (модуля) по разделам и видам учебной работы

Таблица 2

№ п/п	Раздел дисциплины (модуля)	Трудоемкость по видам учебной работы (час.)							Формы самостоятельной работы*)
		всего	очная форма обучения						
			ЛЗ	НПЗ	ИЛР	С	К	СР	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	Простейшая задача классического вариационного исчисления	21	2	-	-	4		15	ИЗ
2	Достаточные условия слабого минимума в простейшей задаче	21	2	-	-	4		15	ИЗ
3	Функция Вейерштрасса. Необходимое условие сильного минимума в простейшей задаче классического вариационного исчисления	21	2	-	-	4		15	ИЗ
4	Первая и вторая вариации функционала. Уравнение Эйлера-Лагранжа.	27	4	-	-	8		15	ИЗ
5	Принцип наименьшего действия. Уравнения Лагранжа для голономной системы с n степенями свободы.	29	4	-	-	10		15	ИЗ

№ п/п	Раздел дисциплины (модуля)	Трудоемкость по видам учебной работы (час.)							Формы самостоятельной работы*)
		всего	очная форма обучения						
			ЛЗ	НПЗ	ИЛР	С	К	СР	
6	Задача Лагранжа с голономными связями.	25	4	-	-	6		15	ИЗ
	Итого:	144	18	-	-	36		90	

Примечание: ЛЗ – лекционное занятие, НПЗ – научно-практические занятия, ИЛЗ – исследовательские лабораторные занятия работа, С – семинары, К – индивидуальные консультации; СР – самостоятельная работа обучающихся;

3.3 Тематика аудиторных занятий

Тематика лекционных занятий

Таблица 3

№ раз-дела	№ лек-ции	Основное содержание	Кол-во часов	Литература
1	1	Простейшая задача классического вариационного исчисления.	1	1.1, 1.2 [1]
	2	Необходимое условие экстремума в простейшей задаче классического вариационного исчисления.	1	1.3, 1.4 [1]
2.	3	Достаточные условия слабого минимума в простейшей задаче классического вариационного исчисления.	1	2 [1]
	4	Условие Лежандра. Условие Якоби.	2	3 [1]
3	5	Необходимое условие сильного минимума в простейшей задаче классического вариационного исчисления.	1	4 [1]
	6	Первая и вторая вариации функционала. Уравнение Эйлера—Лагранжа	1	5 [1]
4	7	Условие Якоби о возможности построения поля экстремалей.	1	8 [1]
5	8	Функция Вейерштрасса. Связь условий Вейерштрасса и Лежандра.	1	7 [1]
6	9	Достаточные условия минимума функционала	1	7 [1]
7	10	Простейшая векторная задача классического вариационного исчисления	1	6 [1]
8	11	Принцип наименьшего действия.	1	8 [1]
9	12	Естественные граничные условия для простейшего функционала.	1	7 [1]
10	13	Уравнение Эйлера—Пуассона.	1	8 [1]
11	14	Задача Больца.	1	12 [1]
12	15	Изопериметрическая задача.	1	9 [1]
13	16	Задача Лагранжа с голономными связями.	1	12 [1]
14	17	Задача Лагранжа в понтрягинской форме.	1	12 [1]
		Итого:	18	

Тематика исследовательско–практических (или семинарских) занятий

Таблица 4

№ раз-дела	№ занятия	Наименование	Кол-во часов	Литература
------------	-----------	--------------	--------------	------------

1	1	Простейшая задача классического вариационного исчисления.	2	1.1, 1.2 [1]
	2	Необходимое условие экстремума в простейшей задаче классического вариационного исчисления.	2	1.3, 1.4 [1]
2.	3	Достаточные условия слабого минимума в простейшей задаче классического вариационного исчисления.	2	2 [1]
	4	Условие Лежандра. Условие Якоби.	2	3 [1]
3	5	Необходимое условие сильного минимума в простейшей задаче классического вариационного исчисления.	2	4 [1]
	6	Первая и вторая вариации функционала. Уравнение Эйлера—Лагранжа	2	5 [1]
4	7	Условие Якоби о возможности построения поля экстремалей.	2	8 [1]
5	8	Функция Вейерштрасса. Связь условий Вейерштрасса и Лежандра.	2	7 [1]
6	9	Достаточные условия минимума функционала	2	7 [1]
7	10	Простейшая векторная задача классического вариационного исчисления	2	6 [1]
8	11	Принцип наименьшего действия.	2	8 [1]
9	12	Естественные граничные условия для простейшего функционала.	2	7 [1]
10	13	Уравнение Эйлера—Пуассона.	2	8 [1]
11	14	Задача Больца.	2	12 [1]
12	15	Изопериметрическая задача.	4	9 [1]
13	16	Задача Лагранжа с голономными связями.	2	12 [1]
14	17	Задача Лагранжа в понтрягинской форме.	2	12 [1]
		Итого	36	

Программой дисциплины лабораторные занятия не предусмотрены.

3.4 Перечень занятий, проводимых в активной и интерактивной формах

В активной и интерактивной форме проводятся аудиторные учебные занятия по отдельным разделам и темам дисциплины, указанным в табл. 6

Таблица 6

№ раздела	Вид аудиторного занятия в активной и/или интерактивной форме и его тематика	Кол-во часов
1.	ИЗ. Контроль результатов: «Достаточные условия слабого минимума в простейшей задаче классического вариационного исчисления».	1
3	ИЗ. Контроль результатов: «Необходимое условие сильного минимума в простейшей задаче классического вариационного исчисления».	1
3	ИЗ. Контроль результатов: «Уравнение Эйлера—Лагранжа».	1
7	ИЗ. Контроль результатов: «Простейшая векторная задача классического вариационного исчисления».	1
11	ИЗ. Контроль результатов: «Задача Больца».	1
12	ИЗ. Контроль результатов: «Изопериметрическая задача».	1
13	ИЗ. Контроль результатов: «Задача Лагранжа с голономными связями».	1
	Итого:	7

4. Перечень заданий для самостоятельной работы

Таблица 7

Задания	Срок выдачи (№ недели)	Срок сдачи (№ недели)	Номера разделов дисциплины (модуля)
Выполнение ИЗ	1	4	1
Выполнение ИЗ	3	6	3
Выполнение ИЗ	5	8	3
Выполнение ИЗ	8	11	7
Выполнение ИЗ	10	13	9
Выполнение ИЗ	12	15	11
Выполнение ИЗ	13	16	13

5. Текущий контроль успеваемости и промежуточная аттестация по дисциплине

Оценка качества освоения дисциплины включает текущий контроль успеваемости и промежуточную аттестацию в форме зачета

5.1 Текущий контроль успеваемости по дисциплине

Контрольные мероприятия текущего контроля

Таблица 8

Вид контрольного мероприятия	Наименование	Срок проведения (№ недели)	Контролируемый объем (№№ разделов)
Защита отчета по исследовательскому заданию	Определяется индивидуально, перечень примерных тем представлен в Приложении 1	4	1
Защита отчета по исследовательскому заданию	Определяется индивидуально, перечень примерных тем представлен в Приложении 1	6	3
Защита отчета по исследовательскому заданию	Определяется индивидуально, перечень примерных тем представлен в Приложении 1	8	3
Защита отчета по исследовательскому заданию	Определяется индивидуально, перечень примерных тем представлен в Приложении 1	11	7
Защита отчета по исследовательскому заданию	Определяется индивидуально, перечень примерных тем представлен в Приложении 1	13	9
Защита отчета по исследовательскому заданию	Определяется индивидуально, перечень примерных тем представлен в Приложении 1	15	11
Защита отчета по исследовательскому заданию	Определяется индивидуально, перечень примерных тем представлен в Приложении 1	16	13

5.2 Оценочные средства промежуточной аттестации

Для промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине образован фонд оценочных средств в виде контрольных вопросов.

Примерные контрольные вопросы и исследовательские задания представлены в приложении 1.

5. Образовательные технологии по дисциплине

Обучение по дисциплине ведется с применением потоково-групповых технологий.

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

6.1 Основная литература:

Таблица 9

№ п/п	Автор	Наименование	Издательство	Год издания*
1.	М.О. Лебедев	Основы вариационного исчисления. Электронный ресурс: учебное пособие	БГТУ «Военмех»	2011
2.	М.О. Лебедев	Основы вариационного исчисления. Учебное пособие.	БГТУ «Военмех»	2011
3	Б.П. Родин	Вариационное исчисление: учебное пособие для вузов	БГТУ «Военмех»	2017

6.2 Дополнительная литература:

Таблица 10

№ п/п	Автор	Наименование	Издательство	Год издания
1.	А.Б. Васильева	Дифференциальные и интегральные уравнения, вариационное исчисление в примерах и задачах. Учебное пособие	СПб, «Лань»	2010
2.	А.А. Самарский	Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры. Электронный ресурс	Москва, «ФизМат-Лит»	2005
3.	А.В. Аттетков, В.С. Зарубин, А.Н. Канатников	Методы оптимизации. Учебное пособие	Москва, «ИНФРА-М»	2013

6.3 Электронные (образовательные, информационные, справочные, нормативные и т.п.) ресурсы:

1. Электронный каталог библиотеки БГТУ.
2. Вариационное исчисление: задачи, алгоритмы, примеры.
http://kpfu.ru/docs/F1589821731/metod_report.pdf
3. Вариационное исчисление http://stu.alnam.ru/book_varc-1

7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

7.1 Специализированные лаборатории (в том числе научные) и классы, основное учебное оборудование (комплексы, установки и стенды)

Учебная аудитория с доской.

Оценочные средства промежуточной аттестации

Примерные контрольные вопросы:

1. Простейшая задача классического вариационного исчисления
 - 1.1. Определение слабого локального минимума функционала.
 - 1.2. Определение сильного локального минимума.
 - 1.3. Необходимое условие экстремума в простейшей задаче классического вариационного исчисления — уравнение Эйлера.
 - 1.4. Два первых интеграла уравнения Эйлера — интеграл энергии и интеграл импульса.
 - 1.5. Решение задач.
2. Достаточные условия слабого минимума в простейшей задаче классического вариационного исчисления.
 - 2.1. Решение уравнения Эйлера.
 - 2.2. Усиленное условие Лежандра.
 - 2.3. Усиленному условию Якоби.
3. Функция Вейерштрасса. Необходимое условие сильного минимума в простейшей задаче классического вариационного исчисления.
4. Первая и вторая вариации функционала. Лемма Лагранжа. Уравнение Эйлера-Лагранжа.
5. Условие Якоби о возможности построения поля экстремалей, включающего данную экстремаль.
6. Функция Вейерштрасса и достаточные условия слабого и сильного минимумов. Связь условий Вейерштрасса и Лежандра.
7. Сводка достаточных условий минимума простейшего функционала.
8. Простейшая векторная задача классического вариационного исчисления.
9. Принцип наименьшего действия. Уравнения Лагранжа для голономной системы с n степенями свободы.
10. Решение задач теоретической механики.
11. Подвижные границы. Естественные граничные условия для простейшего функционала. Общая форма первой вариации. Условия трансверсальности.
12. Уравнение Эйлера-Пуассона.
13. Задача Больца.
14. Изопериметрическая задача.
15. Задача Лагранжа с голономными связями.
16. Задача Лагранжа с дифференциальными связями.
17. Задача Лагранжа в понтрягинской форме.

Примерные исследовательские задания:

1. Достаточные условия слабого минимума в простейшей задаче классического вариационного исчисления.
2. Необходимое условие сильного минимума в простейшей задаче классического вариационного исчисления.
3. Уравнение Эйлера—Лагранжа.
4. Простейшая векторная задача классического вариационного исчисления.
5. Задача Больца.
6. Изопериметрическая задача.
7. Задача Лагранжа с голономными связями.

СПРАВКА

о наличии в библиотеке БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф.Устинова учебной литературы
(справка является неотъемлемой частью УМК дисциплины)

1. Наименование дисциплины: **Вариационное исчисление**
2. Кафедра: Об «Высшая математика»
3. Перечень основной учебной литературы:

№ п/п	Автор	Наименование	Издательство	Год издания*
1.	М.О. Лебедев	Основы вариационного исчисления. Электронный ресурс: учебное пособие	БГТУ «Военмех»	2011
2.	М.О. Лебедев	Основы вариационного исчисления. Учебное пособие.	БГТУ «Военмех»	2011
3	Б.П. Родин	Вариационное исчисление: учебное пособие для вузов	БГТУ «Военмех»	2017

4. Перечень дополнительной учебной литературы:

№ п/п	Автор	Наименование	Издательство	Год издания
1.	А.Б. Васильева	Дифференциальные и интегральные уравнения, вариационное исчисление в примерах и задачах. Учебное пособие	СПб, «Лань»	2010
2.	А.А. Самарский	Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры. Электронный ресурс	Москва, «ФизМат-Лит»	2005
3.	А.В. Аттетков, В.С. Зарубин, А.Н. Канатников	Методы оптимизации. Учебное пособие	Москва, «ИНФРА-М»	2013

Директор библиотеки _____ / Сесина Н.В. /